

小学校 算数

小学校第6学年分数のわり算において、 確かな根拠を伴った判断ができる児童を育てる指導法の研究 －「つながりをつくる活動」を通して－

義務教育課 研究員 阿保 祐一

要 旨

確かな根拠を伴った判断ができる児童を育成するためには、授業において類推的な考え方を活性化させることが有効である。そこで、「つながりをつくる活動」を設定した。つながりをつくることを強調することで、児童は既習と未習の相違点や共通点を探りながら発見的・創造的に学習を進めることができた。さらに、判断の根拠の妥当性を検討することにより、分数のわり算の学習において、関係的理解が進み、確かな根拠を伴った判断ができる児童が増えた。

キーワード：分数のわり算 つながり 根拠 判断 関係的理解 類推的な考え方

I 主題設定の理由

これまでの授業実践を振り返ってみると、第6学年分数のわり算の学習において、計算の意味理解の場面や演算決定の場面に指導の難しさを感じていた。このことに関しては、学力調査の結果でも同様の課題が挙げられている。なお、第5学年の児童を対象とした事前調査からも、経験や勘に頼った立式やわり算の性質のあいまいな適用、誤った比例関係の設定など、自分なりの根拠をもって考えてはいるものの、乗法や除法の意味理解に関しての課題が明らかとなった。これらのことから、乗法や除法についての意味理解が形式的な理解にとどまっており、関係的理解に欠けるなど、確かな根拠を伴った判断ができていない児童が多くいると捉えた。そこで、これらの課題を解決するために、第6学年分数のわり算の学習において、類推的な考え方を意識させ、その考え方を活性化させるような「つながりをつくる活動」を取り入れていくことが有効であると考えた。なお、「つながりをつくる活動」を設定するに当たっては、つくったつながりの妥当性を検討する場面を大切にしていこう。そのことが、関係的理解を深めるとともに、確かな根拠を伴った判断ができる児童の育成につながるのではないかと考え、本研究主題を設定した。

II 研究目標

分数のわり算において、「つながりをつくる活動」が類推的な考え方を活性化させるとともに、確かな根拠を伴った判断ができる児童を育成する上で有効であることを、授業実践を通して明らかにする。

III 研究仮説

第6学年の分数のわり算の学習において、「つながりをつくる活動」を意図的・計画的に設定するとともに、つくったつながりの妥当性を検討する場面を設定することで、類推的な考え方が活性化され、確かな根拠を伴った判断ができる児童を育成することができるであろう。

IV 研究の実際とその考察

1 研究における基本的な考え方

(1) 分数のわり算指導について

第6学年の分数のわり算の学習は、小学校における「A 数と計算」領域の集大成である。小学校学習指導要領解説算数編(2008)には、「A 数と計算」領域のねらいとして、「整数、小数及び分数の意味

や表し方について理解できるようにし、数についての感覚を豊かにする。また、整数、小数及び分数の計算の意味について理解し、それらの計算の仕方を考え、計算に習熟し活用することができるようにする。さらに、数の意味や計算の仕方などの学習を通して、数学的な考え方を育て、算数的活動の楽しさや数理的処理のよさに気付いていけるようにする」と記載されている。しかし、「全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ～児童生徒への学習指導の改善・充実にむけて（小学校編）」（2012）では、「A 数と計算」領域の課題として、乗法や除法の意味を理解することが挙げられている。この課題は、検証授業を行う児童を対象とした事前調査の実態からも明らかとなった。

第6学年の分数のわり算の学習は、「分数の量感を捉えさせることが難しい」、「答えの見積りをするのが難しい」、「面積図に慣れていない」、「減るのがわり算と思っている児童が多くいる」、「わり算をしているという実感がもちにくい」などの理由から指導が難しいと感じてきた。また、授業展開の仕方次第では、「ひっくり返してかければよい」という計算方法の手順だけが児童の記憶に残ってしまうこともある。そこで、単元導入から分数と小数を関連付けることで分数と小数の理解を深化させたり、分数でわることを意味を系統的・連続的に理解させたり、わり算の性質を活用するような数理的な処理のよさに気付かせたりしていく。このように「つながりをつくる活動」を意識した授業展開を工夫することで、確かな根拠を伴った判断ができる児童を育てていくことができるのではないかと考えた。

(2) 確かな根拠を伴った判断について

児童は、算数の授業において多くの判断をしながら問題を解決していく。しかし、一つ一つの判断に着目すると、根拠に妥当性があるものとないものがある。例えば、図1は、判断の根拠に妥当性がある解答例である。この児童は、分数÷整数の計算の仕方が分からなくなっていた。しかし、 $4/5$ を0.8に直せばよいと判断し、小数÷整数の式に変形することで正答を導き出すことができた。

一方、図2と図3は、判断の根拠に妥当性がない解答例である。図2の考え方は、乗数と除数が1より大きい場合は当てはまるが、乗数と除数が1より小さい場合は当てはまらない。また、図3の考え方は、 9 m^2 は1Lの9倍といった誤った比例関係を基にして立式しており、その判断の根拠には妥当性があると言えない。

本研究では、「式の変形は妥当かどうか」、「立式は妥当かどうか」というように単元を通して「妥当」という言葉を児童との合い言葉にして学習を進めた。そうすることで、自分が判断したことの確かさをいつでも立ち止まって考えることができるような児童を育てていくことができるのではないかと考えた。

(3) 「つながりをつくる活動」と関係的理解について

米国の「学校数学の原則とスタンダード」（2000）では、算数及び数学の本質的なものの考え方の一つとして「つながり」を同定し、児童生徒の問題解決の能力を高めようとしている。また、算数教育指導用語辞典（2008）には、「つながり」を強調することで、類推的な考え方が活性化されるといった記述もある。算数の学習においては、新たな学習内容を習得するために、既習の学習内容や考え方との関係性に気付き、それらを活用することができる能力を育てることが重要であると考えられる。本研究では、このような能力を育てる活動を「つながりをつくる活動」と定義した。

類推的な考え方について、杉岡（2002）は、発見・創造の論理であることや新しい学習内容の理解が深く安定したものになることを主張している。また、理解に関しては、R.R. スケンプ（1992）が、「道具的理解」と「関係的理解」に区別し、「関係的理解」を「やっていることも、その理由も、どちらもわかっているということ」と定義している。本研究では、「つながりをつくる活動」を通して関係的理解を促進し、確かな根拠を伴った判断ができる児童を育てていくことをねらうことにする。

図1 判断の根拠に妥当性がある解答例
(色囲は筆者による加筆。以下、図の困線は筆者加筆。)

図2 判断の根拠に妥当性がない解答例

図3 判断の根拠に妥当性がない解答例

2 研究内容

(1) 言葉と数の「つながりをつくる活動」

平成19年に行われた全国学力・学習状況調査算数A[4]では、文章に「倍」という表現が含まれていることから乗法と誤って判断した児童が30.1%いた（正答率は、54.3%）。また、本研究の事前調査で行った「数の大きさを判断し、その理由を書く」問題では、「かけ算は数が増えて、わり算は数が減る」という誤った判断による記述もあった。このように、児童には「倍」や「大きくなる」といった文章表現に判断を左右されてしまう傾向がある。「言葉を数に変換する」、「数を言葉に変換する」といった言葉と数の「つながりをつくる活動」を取り入れていくことで、文章表現に左右されずに確かな根拠を伴った判断ができる児童を育成できるのではないかと考えた。

(2) 数と数の「つながりをつくる活動」

事前調査の結果から、わり算の性質を活用できている児童とそうではない児童がいることが明らかとなった。図4は、わり算の性質の一般性を根拠として式を変形した解答例である。しかし、図5は、桁をそろえようとしているものの、式の変形には根拠の妥当性がない解答例である。自分の問題解決の仕方は、本当に妥当性があるかどうかを、根拠を基にしながら判断できる児童を育てていきたいと考えた。

図4 判断の根拠に妥当性がある解答例

図5 判断の根拠に妥当性がない解答例

分数指導について、杉山（1985）は、小数を分数に直し、そのことから計算方法を予想させ、確認させることを提案している。本研究でも、杉山の主張を参考にしながら、類推的な考え方を活性化させるために、小数に直すことができる分数を意図的に扱ったり、小数の計算の仕方を単元導入から活用したりといった問題提示の仕方を工夫することにした。なお、杉山は、小数と分数を同じものと見ているか、それとも別々のものと見ているかを分数の学習の前に調査することの必要性を説いている。そこで、本研究においても、検証授業の児童を対象として、「小数と分数は同じ仲間だと思いますか」という質問で事前調査した。その結果、全児童61人中54人が「同じ仲間である」と答えた。小数と分数が同じ仲間であると認識している児童が多いことから、本研究では、小数を分数に直したり、分数を小数に直したりしながら、わり算の意味や立式、計算方法を考える場面を設定していくことにした。

(3) 乗法と除法の「つながりをつくる活動」

全国学力・学習状況調査の調査結果では、小数の計算における乗数と積の大きさや、除数と商の大きさの関係についての理解に課題があることが明らかとなっている。なお、誤答の解答類型として、「乗数や除数が1より大きい場合に積や商が被乗数や被除数よりも大きくなると判断している」、「乗数や除数が1より小さい場合に積や商が被乗数や被除数よりも大きくなると判断している」ことなどが記載されている。また、前述の図2のように、「乗法では、積が被乗数より常に大きくなり、除法では、商が被除数より常に小さくなると判断している」という解答類型も示されている。そこで、本研究では、乗数と除数が1より大きいのか小さいのか、それとも等しいのかというような「1」に焦点を当てた指導の工夫をしていくことにする。なお、第6学年の分数のわり算の学習をすることで、かけ算はかけ算、わり算はわり算というように別々に捉えるのではなく、わり算はかけ算とつながり、全てかけ算にまとめて考えることができるといった統合的な考え方も育てていきたいと考えた。

(4) 文章題と数のモデル図の「つながりをつくる活動」

本研究では、文章題の数の関係性を捉えるために数のモデル図として数直線を用いる。小学校学習指導要領解説算数編には、数直線を用いる利点として、「数直線を用いると数の大小や順序、系列などが分かりやすく表現できる」、「数直線を用いることによって、乗数Pが1より小さい場合、積は被乗数Bより小さくなることも説明できる」などが挙げられている。なお、内容の取り扱いでは、「小数の0.1と分数の1/10などを数直線を用いて関連付けて取り扱うものとする」とも示されている。

数直線の長所について記載されている論文は数多くある。加藤（1980）は、数直線を使って考えることで立式の根拠を児童が納得しやすいことを述べている。また、中村（1996）は、数直線は、量感を育てるとともに比例関係といった数の関係性も捉えやすいことを述べている。さらに、清水（2007）は、分数のわり算の関係的理解の根拠として、わり算の性質を根拠とすることと、比例的推論を根拠とすることを述べている。本研究では、加藤、中村、清水の研究を参考にしながら、数の大きさを視覚的に実感できることをねらうために、数直線を数のモデル図とし、「 $A \div A = 1$ 」といったわり算の性質や比例関係を捉える活動を重視する。

事前調査の文章題では、どのように考えて式を立てるかという理由を、言葉や図、表などを使って表現させた。その結果、数直線を使って考えている児童は、小数のわり算（問題6）及び小数のかけ算（問題7）とも61名中0名であり、立式の際に、図を使って考えていない児童も表1のように多く存在することが判明した。そこで、検証授業では、数直線の読み方やかき方を丁寧に指導していくことにした。また、図6は、イメージ図を使って考えてはいるものの、数の関係性の記述が不十分な解答例である。そこで、数直線を使って考える際は、わり算の性質を根拠とした演算や矢印を記入させることにした。

表1 事前調査における児童の図の活用

	問題6 事前	問題7 事前
数直線	0名	0名
線分図	4名	1名
面積図	0名	4名
関係図	6名	13名
イメージ図	10名	6名
図なし	41名	37名

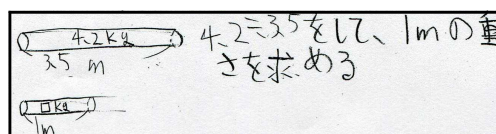


図6 数の関係性の記述が不十分な解答例

3 検証方法

(1) 事後調査の実施

検証授業の2週間後に、事前調査問題と同種の内容及び構成となっている事後調査問題を行う。

(2) McNemar検定による分析

事前調査問題と事後調査問題の判断理由の妥当性の有無の変容を検定により分析する。

4 検証授業の実際

(1) 言葉と数の「つながりをつくる活動」の実際

第1時…「半分」という言葉を「 $1/2$ 」と「0.5」で表す

杉山（2007）は、わり算の学習について、「包含除の方が考えやすいし、等分除で学習したときも、包含除の解釈をすることによって、割合の見方・考え方を育てることができる」と述べている。本研究においても、杉山の考えを参考に包含除で単元導入を行った（図7）。イメージ図で答えが8人であることを確認した後には式をたずねた。その結果、児童から「 4×2 」や「 2×4 」、「 $4 \div 0.5$ 」が出された。問題文を見直すと、「1人分を1枚の半分とします」とあることから、「0.5」を使った「 $4 \div 0.5$ 」が妥当であることを確認した。なお、半分は、 $1/2$ でもよいことから、「 $4 \div 1/2$ 」も妥当であることが話題となった。そこで、「分数のわり算はいつでも小数のわり算に直すといいよね」といった発問をし、児童の反論を促した（図8）。

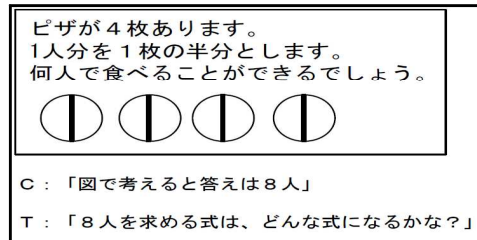


図7 「分数のわり算」第1時

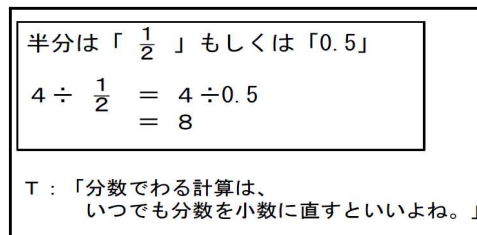


図8 児童の反論を促す発問例

第7時…ジュースの量がびん全体の $2/3$ であることに関連して「空っぽ」と「満タン」を数に表す

二つの数量AとBについて、AのBに対する割合をPとしたとき、 $B = A \div P$ といった基準量を求める問題は、比の第3用法と呼ばれる。算数教育指導用語辞典には、第3用法は、割合の計算では最も困難であると記されている。第7時では、このように難教材である比の第3用法に関する問題を扱った。児童が使用している教科書を参照すると、関係図のみが掲載されており、「 $2/3$ 倍」、「□mL」、「600mL」の三種類の数値が書かれてあった。本研究においては、数直線を使って数

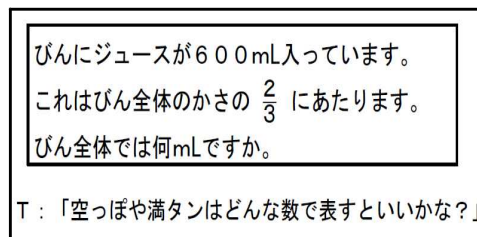


図9 「0」や「1」を意識させる発問例

の関係性を捉えるため、図9のような「0」や「1」を意識させる発問をした。

(2) 数と数の「つながりをつくる活動」の実際

第2時… $5/7 \div 2/3$ を $\square \div 1$ の式に変形できないかを問う

「 $5/7 \div 2/3$ 」の計算を児童に提示したところ、「わる数が分数だからできない」、「分数÷整数だったらできる」などといった反応があった。そこで、被除数と除数に同じ数をかけても答えは変わらないというわり算の性質を使って、「分数÷分数」を「分数÷整数」の式に変形することにした。児童に自力解決させたところ、図10のように被除数と除数にそれぞれ3や6をかけている児童がほとんどであった。ただし、一方のクラスでは、被除数と除数に $3/2$ をかけて「 $15/14 \div 1$ 」としている児童が数名いた。そこで、その児童には、まだ「 $15/14 \div 1$ 」の式が見えていない児童へのヒントを出させた。そうすることで、徐々に「 $15/14 \div 1$ 」を発見する児童が増えていった。また、もう一方のクラスでは、除数を1にするという発想が児童からなかなか出て来なかった。そこで、「 $15/14 \div 1$ 」を児童が見付け出すきっかけとなる発問をした。なお、通分だけでなく、倍分を発展的に扱ったことも分数と分数のつながりをつくる上で非常に有効であると感じた。

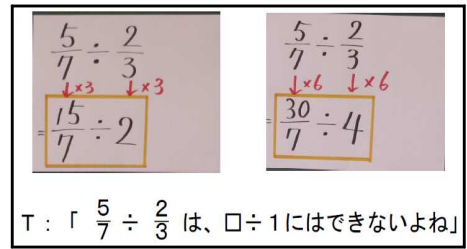


図10 $\square \div 1$ をつくり出す発問例

(3) 乗法と除法の「つながりをつくる活動」の実際

第8時…乗数と1，除数と1の関係による積や商の大小判断及び除法を乗法にまとめて考える

前述のように、乗数と積の大きさ、除数と商の大きさの関係についての理解には課題がある。そこで、第8時には、1を基準とすることを強調することで、乗数と積の大きさ、除数と商の大きさの理解を深める学習を設定した。一つ目の工夫は、図11のように、乗数と除数が1よりも小さい場合（図中A）、乗数と除数が1に等しい場合（図中B）、乗数と除数が1より大きい場合（図中C）というように三つに分類することができるようにしたことである。二つ目の工夫は、数カードを使用したことである。図12のように移動及び分類整理が可能なカードを児童自らが操作することで、乗数と積の大きさ、除数と商の大きさの関係について理解を深めることをねらった。三つ目の工夫は、提示する数カードの順番である。「 $\square \times 1.2$ 」のカードは、どこに置くとよいのだろうかといった児童の考え方に「ずれ（問いを発生させる考えの違い）」が出やすくなるように意図して提示した。すると、この場面では、「Aの場所に置く」や、「Cの場所に置く」といった考え方の「ずれ」が予想通りに生じた。また、易から難へ、小数から分数へ、かけ算からわり算へと段階的に提示することで、類推的な考え方を活性化させるとともに、かけ算にまとめて考えるといった統合的な考え方も引き出すことができた。

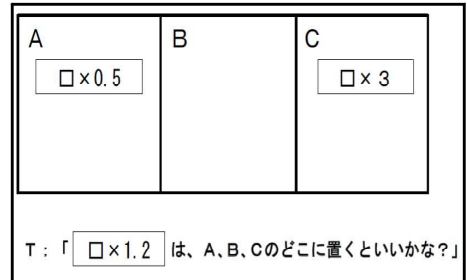


図11 「ずれ」を生じさせる問題提示



図12 数カードを移動する児童

(4) 文章題と数のモデル図の「つながりをつくる活動」の実際

第6時…数直線で比例関係を捉える活動を通して、確かな根拠を伴った演算決定をする

「教育課程実施状況に関する総合的調査研究」（2003）では、第6学年分数のわり算において、「時間と水の量」や「時間と道のり」と比べると「長さ」と重さの方が正答率が10%程度高いことが挙げられている。そこで、本研究では、児童にとって比例関係を認めやすい事象である「長さ」と重さの問題から扱うことにした。なお、二つの数直線はどちらが妥当かどうかを考える場面を設定することで、基準量の「1」に着目して比例関係を考えさせることができた。また、文章題では分数値だけでなく小数値も扱った。そうすることで、答えの見積りの難しさを解消したり、小数の場合の演算決定の仕方から、類推的に考えたり、統合的に考えたりすることもねらった。第5時の導入（図13）では、ある児童が、「イは1の位置が違うよ」と発

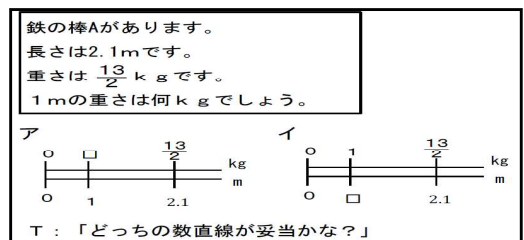


図13 問題文と数直線とのつながりを意識させる問題提示

言した。そこで、「1の位置が違うってどういうこと？」と他の児童に問い返した。すると、「イは、kgとmがバラバラで、アはそろっている」と発言するなど、数直線を読む機会を生むことができた。また、ある児童は、「イは問題が変わってしまう」と発言した。この発言をきっかけに、授業の後半では、数直線から問題文をつくる活動に発展した。

文章題を解く場面においては、図14のような三つのステップによる数と数の「つながりをつくる活動」を数直線上で行った。そうすることで、児童は、立式の理由について、「 $A \div A = 1$ 」といったわり算の性質や、比例関係を根拠にしながら説明することができた。なお、比の第3用法を扱った図15の問題でも三つのステップで考えた。しかし、ステップ2において考え方の「ずれ」が生じた(図16)。そこで、どちらの式が妥当かを文章題の数値との関わりから検討した。ここで、B案は、逆数を使うという発想はよいものの、式としては妥当ではないということを確認した。そこで、B案をどのように修正すればよいのかを考え、「 $600 \times 3/2$ の前に式を付け足せばいい」という発想を児童から引き出すことができた。このように書き足した式のことを、一方の学級では「説明の一行」、もう一方の学級では「つけたし文」と呼ぶことにした。文章題に書かれていない数値を式に使う場合には、図17や図18のような式を書き足すことをそれぞれの学級で共有することができた。

ステップ1

- $\frac{1}{2}$ kgを□kgにしたい。

ステップ2

- 2.1mを2.1でわると1mになる。

ステップ3

- だから $\frac{1}{2}$ kgも2.1でわると□kgを求めることができる。

図14 演算決定の三つのステップ

びんにジュースが600mL入っています。
これはびん全体のかさの $\frac{2}{3}$ にあたります。
びん全体では何mLですか。

図15 比の第3用法の問題文と数直線

ステップ1

- 600mLを□mLにしたい。

ステップ2

- A案 $\frac{2}{3}$ を $\frac{3}{2}$ でわると1になる。
- B案 $\frac{2}{3}$ に $\frac{3}{2}$ をかけると1になる。

ステップ3

- A案 だから600mLも $\frac{3}{2}$ でわると□mLを求めることができる。
- B案 だから600mLに $\frac{3}{2}$ をかけると□mLを求めることができる。

図16 ステップ2での考え方の「ずれ」

図17 「説明の一行」を加えた児童の解答例

図18 「つけたし文」を加えた児童の解答例

5 考察

(1) 数のモデル図を活用した児童数の推移

本研究においては、文章題の数の関係性を捉えるために数のモデル図として数直線を用いた。事前調査の文章題である問題6と問題7では、数直線を用いて考えた児童は0名だったが、事後調査の問題6と問題7では、61名中28名が数のモデル図として数直線を活用して考えることができた。また、図を使わないで考えた児童も事前調査に比べ減少した(図19, 20)。

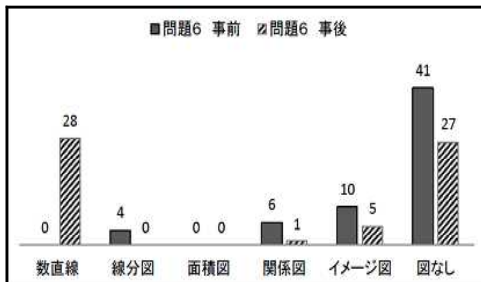


図19 数のモデル図を活用した児童数の変容(調査問題6)

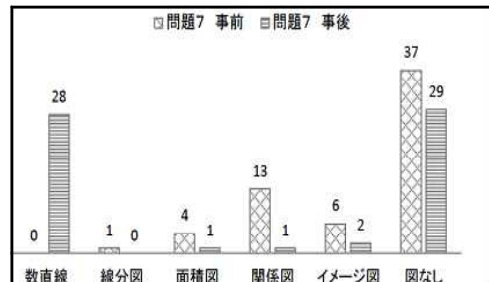


図20 数のモデル図を活用した児童数の変容(調査問題7)

(2) 判断の根拠となる妥当性の記述内容の変容

事前調査及び事後調査の同種問題である問題1, 問題5, 問題6, 問題7において, 判断した根拠の妥当性の有無の変容を分析した。問題2, 3, 4は, 計算技能の調査のため本論文では詳細を掲載しない。

ア 調査問題1 (わり算の性質を使って式を変形する問題)

児童Aは, 事前調査において除数にだけ10をかけておりその判断の根拠に妥当性がない(図21)。ところが事後調査では, 被除数と除数に同じ数をかけることで, 妥当性のある根拠を示しながら式を変形することができている。また, 児童Bは, 事前調査では, わり算の性質を意識しているが, 式の変形の仕方には妥当性がない(図22)。しかし, 事後調査では, 既習事項の分数÷整数にすることを目的として式を変形するなど, 類推的な考え方を活性化させている。このように, わり算の性質を使いながら, なぜそのような式に変形してもよいのかという妥当性を的確に示しながら考える児童が多くなった。

図21 児童Aの判断の変容

図22 児童Bの判断の変容(赤字は, 筆者加筆。以下, 赤字は筆者加筆。)

イ 調査問題5 (乗数と積の大きさ, 除数と商の大きさを考える問題)

児童Cは, 事前調査では, 簡単な数に置き換えて解答しておりその根拠に妥当性がある(図23)。さらに, 事後調査では, 乗数と1との関係, 除数と1との関係に着目し, 根拠に妥当性がある解答を記入するなど, 類推的な考え方を一層活性化することができたと言える。児童Dは, 事前調査では, かけ算とわり算を別々に捉えながら根拠に妥当性のある考え方をしていた(図24)。さらに, 事後調査では, 全ての計算をかけ算にまとめて根拠に妥当性のある理由を表現するなど, 統合的な考え方ができた。

図23 児童Cの判断の変容

図24 児童Dの判断の変容

ウ 調査問題 6 (小数及び分数の除法の意味理解に関する問題)

児童Eは、事前調査で、式が一番初めの単位と答えの単位が等しくなると立式の理由を書いているものの、割合を求める式などで当てはまらないため判断に妥当性はないと言える(図25)。しかし、事後調査では、 $7/2$ mと1 mの数の関係性を根拠に妥当性のある立式をすることができた。なお、文章題には書かれていない数である $2/7$ をかけ算の式で使うため、「つけたし文」を使って自ら説明することができている。また、児童Fは、事前調査で、重さを長さでわることの根拠を書いていないが、事後調査では、「 $7/2 \div 7/2 = 1$ 」を活用して、妥当性のある立式ができるようになった(図26)。

図25 児童Eの判断の変容

図26 児童Fの判断の変容

エ 調査問題 7 (小数及び分数の乗法の意味理解に関する問題)

児童Gは、事前調査で、言葉の式をつくり、それを根拠として 9×0.75 と立式している(図27)。事後調査では、事前調査に比べて図が簡潔になっており、数直線を使って数の関係性を捉えながら根拠に妥当性がある立式をしている。児童Hは、事前調査において、関係図で数の関係性を考えて立式をしているものの、「 9 m^2 の 0.75 倍」という比例関係による立式ではなく、 $9 \text{ m}^2 \times 0.75 \text{ L}$ という誤った数の捉え方による立式をしている(図28)。事後調査においては、「 $3/4 \text{ L}$ は 1 L の $3/4$ 倍だから、 9 m^2 にも $3/4$ をかける」という比例関係を根拠にした妥当性のある立式をすることができた。

図27 児童Gの判断の変容

図28 児童Hの判断の変容

(3) McNemar検定による分析結果について

本研究で用いた手立ての効果を測定するためにMcNemar検定を用いた。検定では、「妥当性あり」から「妥当性なし」に移った人数及び「妥当性なし」から「妥当性あり」に移った人数に有意差が認められるかどうかを分析した。

調査問題1の検定結果では、妥当性ありから妥当性なしに移った人数（6人）と妥当性なしから妥当性ありに移った人数（21人）となり、1%水準で有意差が認められ、手立てには効果があったことが明らかとなった（表2）。

調査問題5の検定結果では、妥当性ありから妥当性なしに移った人数（2人）と妥当性なしから妥当性ありに移った人数（15人）となり、1%水準で有意差が認められ、手立てには効果があったことが明らかとなった（表3）。

調査問題6の検定結果では、妥当性ありから妥当性なしに移った人数（4人）と妥当性なしから妥当性ありに移った人数（15人）となり、5%水準で有意差が認められ、手立てには効果があったことが明らかとなった（表4）。

しかし、調査問題7の検定結果では、妥当性ありから妥当性なしに移った人数（3人）と妥当性なしから妥当性ありに移った人数（6人）となり、有意差が認められなかった（表5）。

(4) 調査問題7の事後調査結果について

調査問題7で有意差が認められなかった。一つ目の原因は、図29のように数の関係性を捉えて「 $\square \div 3 / 4 = 9$ 」と式を立てているものの、逆算の仕方を誤っている児童が4名いたことである。二つ目の原因は、図30のように「 $1 \div 3 / 4$ を $3 / 4$ 」と誤って考えている児童が9名いたことである。「 $A \div A = 1$ 」や「 $A \div 1 = A$ 」というわり算の性質や、「 $A \div B = A / B$ 」という商分数はよく理解していたが、「 $1 \div B / A = B / A$ 」という間違いが見られた。三つ目の原因は、わり算とかけ算が混ざった文章題の形式に慣れていない傾向があったことである。図31のように双方向に数の関係性を捉えさせるといった指導の工夫が必要であると感じた。

表2 調査問題1の検定結果

問題1事前と問題1事後のクロス表				
度数	問題1事後		合計	
	妥当性あり	妥当性なし		
問題1事前	妥当性あり	21	6	27
	妥当性なし	21	13	34
合計		42	19	61

カイ2乗検定		
	値	正確有意確率 (両側)
McNemar 検定		.006 ^a
有効なケースの数	61	

a. 2 項分布を使用

表3 調査問題5の検定結果

問題5事前と問題5事後のクロス表				
度数	問題5事後		合計	
	妥当性あり	妥当性なし		
問題5事前	妥当性あり	17	2	19
	妥当性なし	15	27	42
合計		32	29	61

カイ2乗検定		
	値	正確有意確率 (両側)
McNemar 検定		.002 ^a
有効なケースの数	61	

a. 2 項分布を使用

表4 調査問題6の検定結果

問題6事前と問題6事後のクロス表				
度数	問題6事後		合計	
	妥当性あり	妥当性なし		
問題6事前	妥当性あり	5	4	9
	妥当性なし	15	37	52
合計		20	41	61

カイ2乗検定		
	値	正確有意確率 (両側)
McNemar 検定		.019 ^a
有効なケースの数	61	

a. 2 項分布を使用

表5 調査問題7の検定結果

問題7事前と問題7事後のクロス表				
度数	問題7事後		合計	
	妥当性あり	妥当性なし		
問題7事前	妥当性あり	5	3	8
	妥当性なし	6	47	53
合計		11	50	61

カイ2乗検定		
	値	正確有意確率 (両側)
McNemar 検定		.508 ^a
有効なケースの数	61	

a. 2 項分布を使用

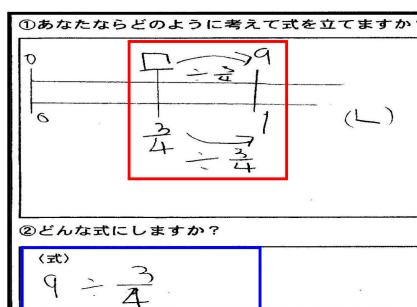


図29 逆算のつまずき例

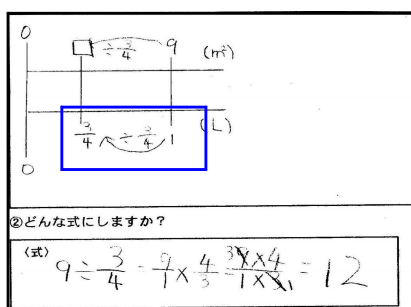


図30 「1÷分数」のつまずき例

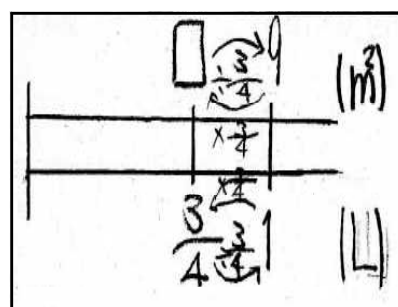


図31 双方向に数の関係性を捉えた例

V 研究のまとめ

1 研究成果

確かな根拠を伴った判断ができる児童を育成するために、第6学年の分数のわり算の学習において、言葉と数、数と数、乗法と除法、文章題と数のモデル図といった「つながりをつくる活動」を意図的・計画

的に取り入れた指導を行った。事前調査と事後調査の記述内容の変容について検定を行ったところ、被除数と除数に同じ数をかけても答えは変わらないという「わり算の性質を活用する問題」, 「数の大きさを判断する問題」, 「除法の意味理解の問題」において、有意差が認められた。これらの問題に対しては、本研究の手立てが効果的だったと言える。また、数のモデル図として数直線を使おうとする児童が増加したことから、比例関係を用いながら確かな根拠を伴った判断ができる児童が多くなったと言える。

本研究では、分数のわり算の計算方法を考える場面や文章題の解法を考える場面などで、判断したことが妥当かどうかを確かめる活動を繰り返し行った。児童の学習感想の中には、「妥当か妥当でないかを考えるときちゃんと答えまでたどりつけました」、「妥当という言葉がたくさん使って、理由も明確になりました」という記述があるなど、「妥当」を合い言葉とすることで、関係的理解が進んだと言える。また、練り合いの場面においては、教科書に掲載されているような洗練された考え方とともに、教科書に掲載はされていないものの価値ある考え方も児童から多く出された。それらを共有することで、除法の意味理解が一層深まった。学習感想には、「教科書にのっているわり算の計算方法をそのまま習わないで、自分たちで方法をたくさん考えて答えを導いたので、とてもおもしろかったし、友だちのいろいろな考えを知ることができたのでよかった」といった発見的・創造的な活動を意識した記述も見られた。単元を通して小数の学習と分数の学習を関連付けるような類推的な考え方が活性化されたとともに、かけ算とわり算をかけ算にまとめて考えるといった統合的な考え方のよさにも気付くこともできた。

2 今後の課題

調査問題7で有意差が認められなかったことから、逆算のつまずきに対応する手立てを講じること、また、わり算の学習をする前に「 $A \div A = 1$ 」や「 $A \div 1 = A$ 」, 「 $1 \div A$ はAにはならない」といったわり算の性質をしっかりと理解させておくことが課題である。さらには、数のモデル図を自分なりに選択して活用することができる児童を育てるために、発達段階に応じた手立てを工夫する必要がある。

本研究は、第6学年の分数のわり算のみで行った。そのため、本研究で行ったような「つながりをつくる活動」を、第6学年の分数のかけ算、あるいは第5学年の小数のかけ算やわり算から行った場合の児童の変容を分析すること、さらには、「D 数量関係」領域の割合や比の単元において、「つながりをつくる活動」をどのように設定することも課題である。

<引用文献>

- 1 文部科学省 2008 『小学校学習指導要領解説算数編(平成20年8月)』, p. 28, 東洋館出版社
- 2 R. R. スケンプ 1992 『新しい学習理論にもとづく算数教育—小学校の数学—』, p. 13, 東洋館出版社
- 3 杉山吉茂 2007 「わり算は包含除—割合の理解の素地として—」 日本数学教育学会誌90(2), pp. 2-6
- 4 上掲1, pp. 55-56, pp. 97-102, pp. 141-149,

<参考文献>

- 加藤康順 1980 「割合の指導についての一考察 — 2本の数直線を組み合わせた図の利用—」, 日本数学教育学会誌62(10), pp. 223-228
- 久下谷明 2007 「乗除法における児童の計算手続きの理解に関する研究—小数除法の关系的理解を捉える質問紙調査を通して—」 数学教育論文発表会論文集38, pp. 271-276
- 国立教育政策研究所教育課程研究センター 2003 『小中学校教育課程実施状況調査報告書小学校算数』 東洋館出版社
- 国立教育政策研究所 2012 『全国学力・学習状況調査の4年間の調査結果から今後の取組が期待される内容のまとめ～児童生徒への学習指導の改善・充実にむけて(小学校編)』 教育出版
- 清水紀宏 2007 「分数の除法の关系的理解に関する調査研究: 「数の世界」における意味づけと「量の世界」における意味づけという視点からの考察」 数学教育論文発表会論文集40, pp. 331-336
- 杉岡司馬 2002 『「学び方・考え方」をめざす算数指導』 東洋館出版社
- 杉山吉茂 1985 「分数のかけ算わり算」 新しい算数研究6月号, pp. 2-5
- 成城学園初等学校数学研究部 2000 『だから「小数と分数」は一緒に教える』 東洋館出版社

- 中島健三 1982 『算数・数学教育と数学的な考え方ーその進展のための考察〈第二版〉』 金子書房
- 中村享史 2000 「小数の乗法の割合による意味づけ」, 日本数学教育学会誌82(10), pp. 63-67
- 夏坂哲志 2013 『夏坂哲志のつながりを意識してつくる算数の授業』 東洋館出版社
- 日本数学教育学会編著 2009 『算数教育指導用語辞典 第四版』 教育出版
- 文部科学省 2008 『中学校学習指導要領解説数学編(平成20年9月)』 教育出版
- 文部科学省国立教育政策研究所 2011 『評価規準の作成, 評価方法等の工夫改善のための参考資料【小学校 算数】』 教育出版
- 「平成23年度版算数教科書」 啓林館, 学校図書, 東京書籍, 教育出版, 大日本図書, 日本文教出版