

小学校 算数

図形領域において、論理的に考える力を育成する指導法の研究  
ー知覚直観から本質直観へ推移させる活動を通してー

蓬田村立蓬田小学校 教諭 伊藤 秀基

要 旨

図形領域において論理的に考える力を育成するために、直観を二つに分類し、知覚直観から本質直観へ推移させる活動や単元構成を工夫した。「知覚直観による問題解決、より平易な課題による分析的考察（直観・図形の操作・根拠の確認）、本質直観による問題解決・振り返り」として活動を展開したり、図形の分析的考察を推論に生かす単元構成にしたりすることで、知覚直観から本質直観へ推移させ、直観と補完関係にある論理的に考える力を育成することができた。

キーワード：論理的に考える力 知覚直観 本質直観 補完関係 分析的な考察 推論

I 主題設定の理由

論理的に考える力とは、一つずつ根拠を明らかにし、筋道を立てて考えることである。問題解決の方法や結果が正しいことを示すためには、筋道を立てて考えることが求められる。算数科では問題を解決したり、判断したり、推論したりする過程において、見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする力の育成を重要なねらいとしている。小学校学習指導要領解説算数編（平成20年8月）にも帰納的な考えや演繹的な考えを用いて論理的に考える力を育成することの重要性が示されている。

小学校算数科では、論理的に考える力を育成するために帰納的な考え、類推的な考え、演繹的な考えを用いて問題解決を図り、それぞれの考えのよさに気付かせる指導が一般的である。しかし、推論の仕方を直接指導し、結論が正しいことを説明するだけでは、主体的に問題解決をする姿があまり見られず、論理的に考える力を育成するのは難しいと感じることが多かった。そこで、本研究においては論理的に考える力と補完関係にある直観に焦点を当て、直観を養うことで論理的に考える力を育成したいと考えた。直観については算数教育指導用語辞典に「分析的な考察、推論を加えることなく、比較的短時間に対象の全体や本質を直接把握すること」とあり（日本数学教育学会、2009）、問題の本質や根拠を瞬時に把握することと考えた。

本研究では直観について、知覚だけに頼った直観（知覚直観）と問題の本質を見抜いた直観（本質直観）に分けて捉える。本研究においては、学習経験に基づき知覚直観から本質直観へ推移させることに焦点を当て、図形領域において論理的に考える力を育成していきたいと考える。

II 研究目標

図形領域において、知覚直観から本質直観へ推移させる活動を取り入れることにより、論理的に考える力を育成することができるということを、授業実践で明らかにする。

III 研究仮説

図形領域において、知覚直観から本質直観へ推移させる活動を取り入れ、活動の工夫や単元構成の工夫をすることにより、論理的に考える力の育成につながるだろう。

IV 研究の実際とその考察

1 研究における基本的な考え方

(1) 論理的に考える力と直観

論理的に考える力とは、一つずつ分析的な考察をしながら根拠を明らかにし、推論を加え筋道立てて考えることである。一方、直観（直感）とは、岩波国語辞典第5版に「①直観：推理によらず、直接的・瞬間的に物事の本質をとらえること、②直感：理性を働かすというより、感覚的にただちにとらえること」と示されている（西尾実・岩淵悦太郎・水谷静夫，1997）。本研究では川岸の考えの一部を取り入れ、直観を知覚直観と本質直観に分類した。知覚直観とは知覚だけに頼った直観、本質直観とはそれまでの学習経験で構成要素の位置関係や相等関係、図形の性質等に着目し、問題の本質を見抜いた直観と捉えて研究を進めた。児童は、課題となる図形を観察した時、知覚直観で答えの予想をすることが多い。その予想は知覚だけに頼っているため、いつも正しい答えになるとは限らない。また、知覚に頼った根拠を明らかにしたとしても、そのままでは正答にたどり着かないため、分析的な考察や推論を加え、筋道立てて考える必要がある。一方で知覚直観から本質直観へ推移した場合、分析的な考察や推論を瞬時に判断し、筋道立てた考えで正答にたどり着くことができる。

このように本質直観を捉え、論理的に考える力を育成するために直観に焦点を当てて学習を展開したところ、児童は問題の本質を見抜こうと意欲的になった。実際に児童は、図形の操作活動を通して構成要素や性質等を分析的に考察し、根拠を明らかにする活動を継続することで、次第に根拠や推論を瞬時に判断し、本質直観で正答を導くようになった。また、児童の直観が知覚直観から本質直観へ推移することで、直観が正しいことを筋道立てた考えで説明することができるようになってきた。このことから、論理的に考える力と本質直観は表裏一体の関係と考えた。算数教育指導用語辞典にも、「直観による全体的な把握と大きな流れを意識できることによって、初めて正しい論理を適切に導くことができる。逆に直観が見抜いたことを論理的な思考であとづけすることによって、直観的な把握が確かなものになる」とあり（日本数学教育学会，2009），論理的に考える力と直観は補完関係にあることが示されている。

以上の考えより、本研究では、知覚直観から本質直観へ推移させる活動を取り入れることにより、本質直観と補完関係にある論理的に考える力を育成できると考えた。

## (2) 知覚直観から本質直観へ推移させるための活動

知覚直観から本質直観へ推移させるには、直観で分析的な考察や推論を瞬時に判断できるようにする必要がある。算数教育指導用語辞典には、直観を養うために「図形を構成したりするなどの具体的な操作活動が欠かせない。図形の要素に着目して、図形の性質を見抜くことなども大切な活動である」と示されている（日本数学教育学会，2009）。そのため本研究においては、「知覚直観による問題解決、より平易な課題による分析的考察（直観・図形の操作・根拠の確認）、本質直観による問題解決・振り返り」という基本的な活動の流れを考えた。これは、より平易な課題の操作による分析的な考察や推論が、図形問題を解決する時の根拠となり、導入時の知覚直観を終盤で本質直観へ推移させるということを明らかにするための活動である。図形の操作では、直観を確かめるために平易な課題から図形を写したり、重ねたり、図形に記号をかきこんだりし、辺や角、頂点等の構成要素や図形の性質を意識して観察することにより、直観で捉えるべき本質を具体的に経験することができる。この図形の操作を経験することにより、児童は与えられた図形から瞬時に分析的な考察や推論を判断することができるようになる。つまり、授業の中盤で図形の操作の学習経験により、導入時の知覚直観を終盤での本質直観へ推移させると考えた。

## (3) 知覚直観から本質直観へ推移させるための単元構成

図形領域において知覚直観から本質直観へ推移させるためには、単元前半で分析的な考察を十分に経験させることが必要である。課題となる図形について一つずつ根拠を明らかにして観察したり、作図したりする活動を充実させることにより、見通しをもつことができ、筋道立てた考えが導かれる。この一連の解決の流れが次第に短時間でできるようになることが、知覚直観から本質直観へ推移することだと考える。そのために単元前半で、様々な図形の課題を提示し構成要素の位置関係や相等関係、図形の性質等を調べる活動を充実させ、問題の本質を見抜く感覚を身に付けさせなければならない。

単元前半において様々な課題で分析的な考察をすることにより、図形を観察する時は、何に着目すればよいか根拠が明らかになる。単元後半では、明らかになった根拠を基に、筋道を立てて考えることができるように、推論を加えることを重視する。問題の本質を見抜くことができれば、正しい推論が導かれるようになるため、単元後半の学習では、単元前半の学習を生かすようにして推論を導く。この推論によって正しいことを説明することができれば、本質直観がより確かなものになるとともに、児童は主体的に問題解決をするようになる。と考える。

以上のことから、単元前半では図形の分析的な考察に重点を置き、単元後半では推論を加えることに重点を置くことで、知覚直観から本質直観へ推移させることとした。

## 2 研究内容

### (1) 知覚直観から本質直観へ推移させるための活動

知覚直観から本質直観へ推移させるために、「知覚直観による問題解決、より平易な課題による分析的考察（直観・図形の操作・根拠の確認）、本質直観による問題解決・振り返り」という基本的な活動の流れについて、より詳細な段階を決め、図1のような順序で1時間の指導を試みることにした。

まずは課題①を提示し、直観で答えの予想とその根拠を2～3分程度の短時間でワークシートに記述させる。課題①は未習の課題であり、導入時の直観は根拠のあいまいな知覚直観になることが考えられる。ここでは課題①の正答を示したり、考え方を話し合ったりせず、次の学習に入る。

次に提示される平易な課題②、③、④…を順に提示する。課題①の時と同じように、直観で答えの予想をさせ、その後で図形を手にとりて調べたり、対角線や記号をかき足したりして、答えを確かめる。幾つかの平易な課題を、その時間の学習で見抜くべき問題の本質に合わせて段階的に提示することで、児童がどんな視点で図形を分析的に考察すればよいか焦点化していく。この図形の操作には、十分時間をかけ、トレーシングペーパーに図形を写させたり、等しい大きさの構成要素に記号をかき足させたりして、図形の構成要素や性質に着目させる指導を行う。

最後に、導入時と同じ課題①を与え、もう一度直観で答えの予想と根拠の記述をさせる。ここで導入時の直観と比較させ、自己評価をさせる。この自己評価は、自分の直観に変容があったかどうか、図形の操作で問題の本質を分析した経験を踏まえて、児童自身に直観の考察をさせ、知覚直観から本質直観へ推移させる目的で行う。

単元を通してこの活動を繰り返しながら指導することで、知覚直観から本質直観へ推移させることができ、筋道立てた考えを導くことになる。本研究では、終盤の直観で本質直観の感覚を身に付けさせ、論理的に考える力を育成することをねらっている。

### (2) 知覚直観から本質直観へ推移させるための単元構成

知覚直観から本質直観へ推移させるために、単元前半では図2のように分析的な考察を重視する。

第1時から第3時では、図形を紙に写し、ずらしたり、回したり、裏返したりして図形を重ね合わせ、構成要素に着目して分析的な考察をするように指導する。また、平行四辺形やひし形等は、図形の性質により、角の大きさや辺の長さに関係なく対角線で分けた図形が合同になることも指導する。

第4時から第6時では、構成要素の大きさを定規や分度器で測り、調べた構成要素を順番に作図したり合同条件に当てはめて分析的な考察をしたりできるように指導する。また、対角線を活用し、四角形を三角形に分解することで、どんな形の四角形でも三角形の合同条件を基にして作図できることを指導する。

単元後半では、分析的な考察で明らかになった根拠を筋道立てて推論する経験を重視する。

第7時から第9時では、分析的な考察を短時間でやり、明らかにした根拠をつないで説明させ、正しいことを推論する方法を指導する。

第10時では、それまでの学習を生かし、本質直観で問題の本質を見抜く児童の割合を調べたり、分析的な考察や推論を通して論理的な考えに変容した児童の割合を調べたりする。

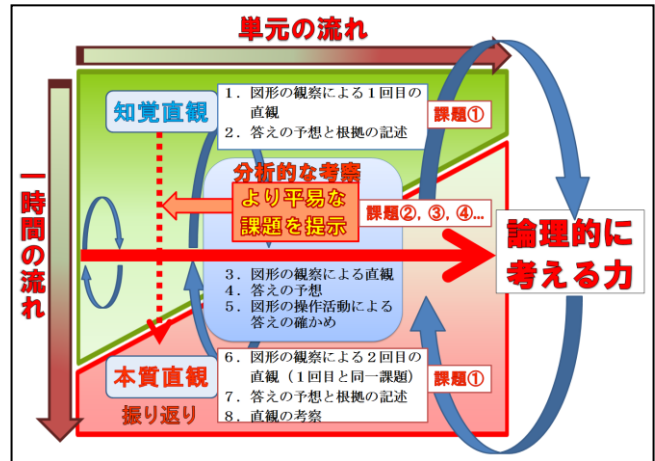


図1 知覚直観から本質直観へ推移させるための活動

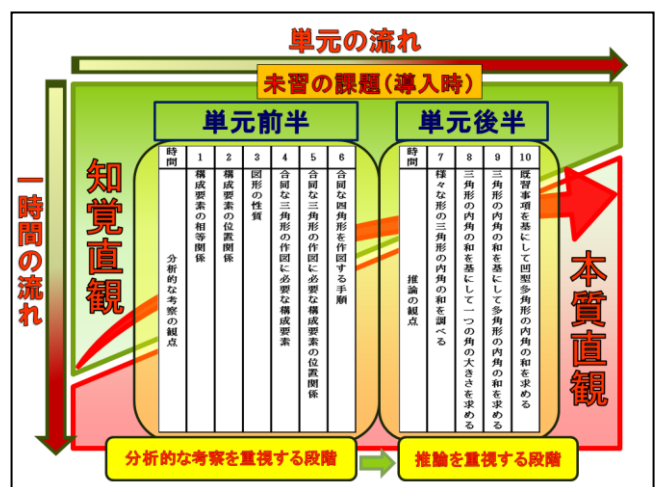


図2 知覚直観から本質直観へ推移させるための単元構成

### 3 検証方法

- (1) 授業における発言や児童のノートから、課題が提示された時の直観の記述を帰納的な考え・類推的な考え・演繹的な考えの観点から評価し、学級全体の変容や個人の変容を分析する。
- (2) 事前・事後における意識調査の比較分析を実施する。

### 4 検証授業の実際

本研究では第5学年「合同な図形」の単元で図1の手順に従って授業を進めた。

#### (1) 知覚直観から本質直観へ推移させるための活動

**第1時…辺の長さや角の大きさに着目し、合同な図形を見付ける活動**

まず、未習の課題①(図3)を10秒ほど提示し、直観で答えを予想させる。この予想に対して、可能な範囲でその根拠を記述させた。ここでは正答を示さず、次の平易な課題に移る。

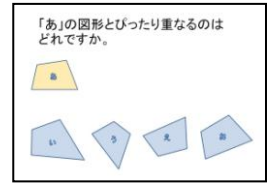


図3 課題①

次の課題は、類似するより平易な課題②, ③, ④(図4~図6)である。知覚直観で答えを予想した後、図形をトレーシングペーパーに写して答えを導き、どこに着目すればよいか根拠となる考えを整理した。課題②(図4)

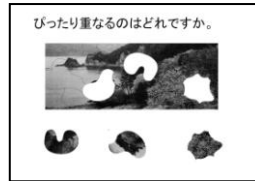


図4 課題②

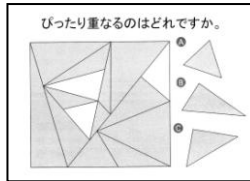


図5 課題③

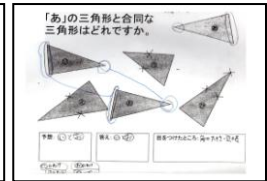


図6 課題④

では、丸い、へこんでいる等、形の特徴に着目すること、課題③(図5)では、辺が長い、角が小さい等、辺の長さや角の大きさに着目することを指導した。ここで合同の意味を確認し、課題④(図6)を提示した。課題④の図形では、等しい構成要素に印を付けさせ、着目する構成要素を明らかにすることを指導した。

次にもう一度、課題①(図3)を提示し、答えを予想させ、その根拠を記述させた。すると、導入時は知覚直観で判断する児童が多く、正答率は約21%だったが、終盤では辺の長さや角の大きさを根拠とした本質直観に推移し、正答率が約47%に上がった(図7)。まだ本質直観の割合は高くないが、これは知覚直観から本質直観へ推移させる経験が浅いためであり、この活動を繰り返すことによって、次第に本質直観で正答を導く児童の割合が増えていくと考える。

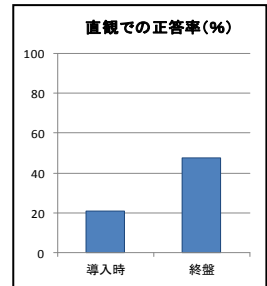


図7 直観での正答率

最後に直観の考察をさせ、図8のような記述が見られた。この記述のように、正答した児童のうち辺の長さや角の大きさに着目した直観で答えを予想した児童の割合は約55%だった。

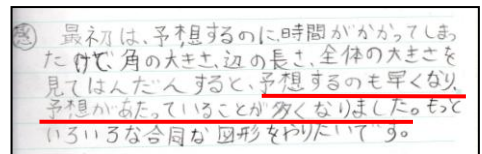


図8 直観の考察

上述のような活動を毎時間繰り返し、終盤における直観が本質直観へ推移したかどうかについて調べた。

#### (2) 知覚直観から本質直観へ推移させるための単元構成

**第3時…構成要素の相等関係を分析的に考察する**

課題①(図9)を提示し、等しいことが分かる構成要素に記号を付けるように指導した。知覚直観でも合同な図形を見付けることはできるが、長方形の直角や、ひし形の辺に等しい記号を付けさせたことで、構成要素の相等関係を意識し問題の本質を見抜くことができるようになった。

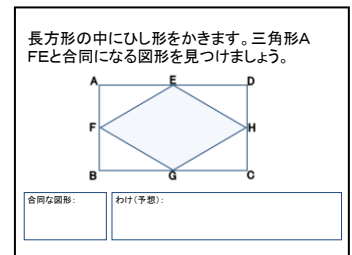


図9 第3時の課題①

また、より平易な課題②として、長方形やひし形を対角線で分けた図形を提示し、トレーシングペーパーで図形を写し、合同になるか確かめた。次に、様々な形の長方形やひし形を対角線で分け、合同になるか考えさせた。この課題③により一つずつ確認していく作業には限界があることに気付き、いつでも等しいと言える図形の性質に着目するようになり、正しいことが明らかになっている事柄を根拠として説明をするようになった。

**第6時…四角形を作図する手順を分析的に考察する**

課題①(図10)では、辺BCから作図することを共通の条件とし、合同な四角形をかくための手順を分析的に考察させた。最初から四角形を提示するのではなく、まずは三角形ABCを提示し、辺CA上の任意の点を外へ引くようにして頂点Dを増やし、三角形ABCとの違いを考えさせた。

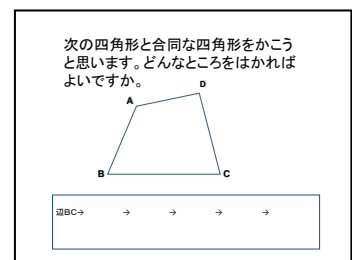


図10 第6時の課題①

すると、既習の図形である三角形が四角形の内部にあることを認識でき、対角線を引いて四角形を二つに分解し、二つの三角形を順に作図するという手順を分析的に考察することができた。

**第9時…多角形の内角の和を推論する**

課題①（図11）では、前時までの学習と比べ、頂点Dが増えた点を違いとして確認した。すると、第6時で学習したように、四角形は二つの三角形に分解すればよいと類推したり、第3時で学習したように、三角形の内角の和を根拠とすると、四角形の形が変わっても内角の和を求めることができると考えたりすることができた。第6時と同様、まず三角形ABCの形から提示したが、第6時に比べると、比較的短時間で四角形ABCDは二つの三角形を合わせたものであると分析的に考察していた。その本質直観で見いだした答えに推論を加え正しいことを説明しようと、対角線を引いて三角形の数を数え、主体的に説明することができた。

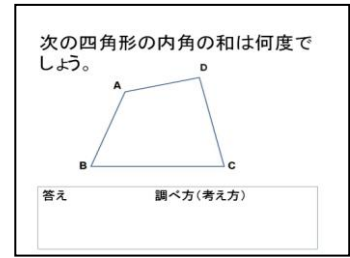


図11 第9時の課題①

**5 考察**

**(1) 知覚直観から本質直観へ推移させるための活動を設定したことについて**

導入時と終盤で同一課題①による直観の正答率を分析した結果、図12のグラフになった。第9時以外は、導入時における知覚直観よりも終盤における本質直観の正答率が高い。この結果から、より平易な課題で直観を通して分析的な考察や推論等、図形の操作をさせたことにより、終盤で根拠を見抜いた本質直観へ推移したと言える。第9時については、導入時の課題①で四角形を提示した時、既に知覚直観で正答を導く児童が80%を超えていたため、終盤では四角形ではなく五角形を提示し、異なる課題で直観を試したからである。つまり第9時の結果からも、本質直観へ推移させるためには、本研究で示した活動の流れが重要であるということが分かった。

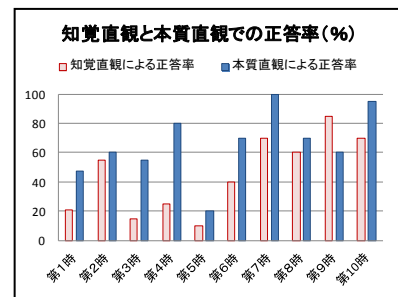


図12 知覚直観と本質直観での正答率

次に直観の考察を分析したところ、「問題をいくつも解いた結果、図形の性質に注目すると、答えを確かめる時に写して確かめなくてもよいことが分かった」（第3時）、「最初は360°かなと思っていて考え方はまだよく分からなかったけど、他の人の意見を聞いていくうちに、四角形を二つの三角形に分けて（対角線を引いて）考えるとよいということが分かった」（第9時）等の記述が見られた。このような問題の本質を見抜いた記述をする児童の割合を毎時間分析した（図13）。第3時と第6時は図形の性質や、四角形は二つの三角形に分解できること等、既に明らかになっている事柄を根拠として分析的に考察する学習であり、この時間の割合が高いことから、児童は本質直観に推移していると言える。第8時の割合が少し低い理由は、計算で角の大きさを求める学習であり、正三角形はすべての角が等しいことや、直線上の角は180°になること等、問題の本質を文章で表すことができなかつたためである。そのような理由を考慮すると、図13のグラフから、本質直観による考察をする児童の割合は次第に増していることが言える。この結果から、学習の最後に直観を振り返る活動を位置付け、図形の操作で分析した問題の本質に着目させながら考察をさせることにより、本質直観の感覚が身に付いていくことが分かった。

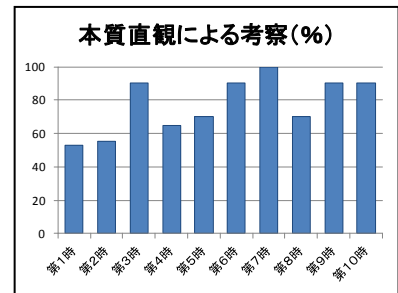


図13 本質直観による考察

これらのことから、図1に示す活動の流れで継続的に指導することにより、問題の本質を分析的に考察することができるようになり、知覚直観から本質直観へ推移させることが明らかになった。

**(2) 知覚直観から本質直観へ推移させるための単元構成にしたことについて**

第10時では、本質直観による問題解決がどの程度の割合で見られるか調べるため、図14の課題を提示した。本単元において凹型の図形は未習であるが、既習である三角形や四角形、五角形の内角の和を根拠にすると、図14の課題も頂点の個数で内角の和を類推することができる。また、対角線を引き、既に分かっている図形の内角の和を根拠として考えるこ

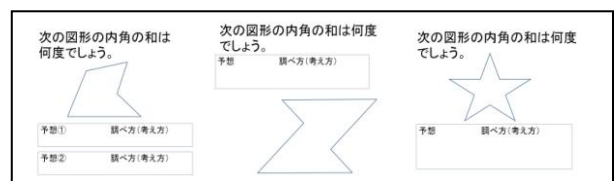


図14 第10時で取り扱った課題

ともできる。どの課題も、頂点の個数から内角の和を類推した児童の割合と、対角線を引いて三角形や四角形の内角の和を根拠として考えた児童の割合を合わせると、70%以上となった。星形の課題では90%の本質直観のうち、85%は演繹的な考えによるものと評価できた。このように高い割合になった理由は、第3時、第6時で対角線を引いて既に学習した図形に分解するという経験や、第8時、第9時で推論を加える経験が生かされたためと考えられる。逆に考えると、これらの経験がなければ本質直観の割合は図15に見られるほど高くない。つまり、単元前半で分析的な考察を充実させたことにより、単元後半では根拠や問題の本質を見抜く力が高まり、同時に分析的な考察ができるようになってきたと考えられる。さらに、単元後半で推論を加えることを充実させたことにより、本質直観が確かなものになったと言える。このことは、導入場面における知覚直観での正答率が、第7時から高い割合を示していることから分かる(図12)。

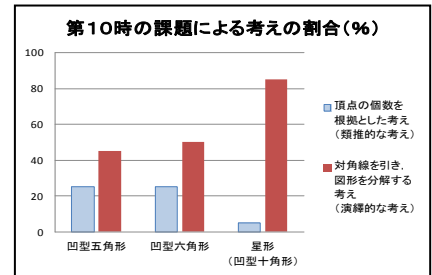


図15 第10時の課題による考えの割合

第10時の分析や図12の結果から、本研究による単元構成は、知覚直観から本質直観へ推移させていくと言える。また、本質直観で見抜いた根拠を筋道立てて推論を加えることが可能となり、知覚直観から本質直観へ推移させることによって、論理的に考える力を育成することができた。

### (3) 事前・事後における意識調査の比較分析について

単元の学習に入る前と、単元の学習を終えた後で図形の問題に関する意識調査を次の調査項目で行った。

- ア 今まで解いたことのない図形の課題で解き方がひらめくことがある。
- イ 答えを予測してから図形の問題を解いている。
- ウ 図形を調べる時は、辺や角の大きさ、辺や角の位置、図形の性質等を見付けるようにしている。
- エ 図形を調べる時は、補助線や対角線を図形にかきこんでいる。

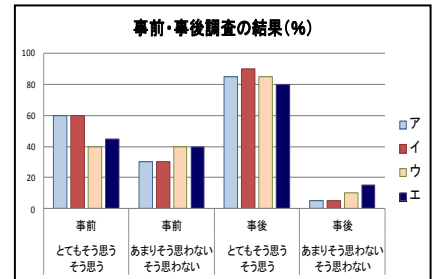


図16 事前・事後調査の結果

いずれの項目も、事前調査より事後調査の方がよい結果を示した。つまり、本研究における活動の工夫や単元構成の工夫をすることにより、知覚直観から本質直観へ推移させるとともに、根拠を明らかにし、論理的に考える力を育成することができた。

## V 研究のまとめ

### 1 知覚直観から本質直観へ推移させるための活動にしたこと

- ・導入時の直観、終盤での直観と分け、それらの間に図形を調べる活動を設定したことにより、帰納的に考えたことを基に類推的な考えを用いて終盤の直観に生かすようになった。
- ・導入時の直観では演繹的な考えだった児童も、図形を調べる活動で帰納的な考えに立ち戻ることによって、より問題の全体像を把握することができ、本質直観に推移することができた。

### 2 知覚直観から本質直観へ推移させるための単元構成にしたこと

単元前半で分析的な考察を充実させることで、帰納的な考えから演繹的な考えへと円滑に推移でき、より一般的な事柄を根拠にして考える児童が増え、論理的に考える力を高めることができた。

### <引用文献>

- 1 日本数学教育学会 2009 『算数教育指導用語辞典』 pp. 58-59 教育出版
- 2 西尾実・岩淵悦太郎・水谷静夫 1997 『岩波国語辞典第5版』 p. 755

### <参考文献>

- 片桐重雄 2004 『数学的な考え方の具体化と指導』, 明治図書
- 川寄道広 2003 図形感覚の認識に関する教授学的研究, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』
- 全国算数授業研究会 2005 『考える力が伸びる教材開発』, 東洋館出版社
- 文部科学省 2008 『小学校学習指導要領解説 算数編(平成20年8月)』