

小学校 算数

数量関係における文章題において、

筋道を立てて考える力を育てる指導法の研究

－関係図から線分図へ関連付けた活動を通して－

つがる市立穂波小学校 教諭 佐藤 公美

要 旨

数量関係における文章題において、児童の筋道を立てて考える力を育てるために、関係図を生かした単元構成を工夫し、関係図から線分図へ関連付けた活動を取り入れた。このことにより、言葉や数を関連付け、数量関係を捉え、自分の考えたことを根拠をもって表すことができるようになり、筋道を立てて考える力を育てることができた。

キーワード：小学校 算数 筋道を立てて考える力 関係図 線分図 文章題

I 主題設定の理由

小学校学習指導要領（平成20年3月告示）算数の目標の中に、「日常の事象についての見通しをもち筋道を立てて考え、表現する力を育てる」ことが示されている。小学校学習指導要領解説算数編（平成20年8月告示）に、筋道を立てて考えることは「根拠を明らかにしながら、一步一步進めていく」とあり、言葉、数、式、図などを用いて見通しをもち根拠を明らかにしながら学習を進めていくことが必要である。

学級の実態は、文章題になると問題をよく読まずに式をかいたり問題の言葉や数に惑わされたりして、文章題の意図など（以下、問題構造とする）を把握できずにいる。言葉や数を関連付けて考えることができていない状況である。どのような手段で考えていけばよいのか分からない児童もいる。

各教科書の数量関係における文章題の単元構成を見てみると、文章題を言葉の式又は線分図の指導を経て立式という単元構成が多く見られる。単元構成に関係図の指導がある教科書は少なく、取り上げても利用した線分図から関係図への指導となっている。しかし、児童の実態を考えると問題構造を把握していなければ線分図や言葉の式に表すことができずにいるので、児童の筋道を立てて考える力を育てるためには、関係図から線分図へ関連付ける指導を位置付けることが必要であると考えた。

そこで、本研究では、筋道を立てて考える力を育てるために、数量関係における文章題の単元のはじめにおいて、言葉や数を関連付けた関係図の意味と表し方を指導し、関係図のよさを生かして線分図に表すとともに1単位時間においても関係図から線分図へ表す活動を設定した。関係図を生かした単元構成を工夫し、関係図から線分図へ関連付けた活動を取り入れることで、言葉や数を関連付けて量感を伴いながら数量関係を捉え自分の考えたことを根拠をもって表すことができ、筋道を立てて考える力が育つのではないかと考え、本主題を設定した。

II 研究目標

数量関係における文章題において、関係図を生かした単元構成を工夫し、関係図から線分図へ関連付けた活動を取り入れることで、言葉や数を関連付けて数量関係を捉え、自分の考えたことを根拠をもって表すことができ、筋道を立てて考える力が育つことを実践を通して明らかにする。

III 研究仮説

数量関係における文章題において、関係図を生かした単元構成を工夫し、関係図から線分図へ関連付けた活動を取り入れることで、言葉や数を関連付けて数量関係を捉え、自分の考えたことを根拠をもって表すことができ、筋道を立てて考える力が育つであろう。

IV 研究の実際とその考察

1 研究における基本的な考え方

(1) 筋道を立てて考える力について

小学校学習指導要領解説算数編に、「問題解決の方法や結果が正しいことをきちんと示すためには、筋道を立てて考えることが求められる。それは、根拠を明らかにしながら、一歩ずつ進めていくという考えである」と示されている。筋道を立てて考える力を育てていくためには、言葉、数、式、図などを用いたりして、根拠を明らかにしながら一歩ずつ進めていく学習活動を取り入れることが必要である。今回の改定では、低学年から数量関係の領域が設けられ、言葉、数、式、図などを用いた筋道を立てて考える力が重視されている。これらのことを基に、本研究における筋道を立てて考える力とは、言葉や数を関連付けることができる力、数量関係を捉える力、自分の考えたことを根拠をもって表す力と捉えた。

これらの筋道を立てて考える力は以下のように育っていくものと捉えた。文章題において情報を選択したことを図に表し、数量関係を捉えることができるようになる。図を手段として考え、根拠をもちながら説明できるようになる。

(2) 関係図を生かした単元構成の工夫について

表1は、各教科書会社の数量関係における文章題の単元構成を比較したものである。

4社は、言葉の式にあてはめて立式に導いた後に線分図に表す単元構成である。これは、問題構造を把握していなくても言葉の式に当てはめれば立式できるため、筋道を立てて考える力を育てていないという問題点がある。B社は、予め作られた線分図に言葉や数を入れて完成させ、言葉の式と関連させて立式に導く単元構成である。これは、問題構造を把握していないために文章題から言葉や数を選択することができなかつたり、線分図の意味やかき方の指導時間をしっかり確保していないために問題解決の手段として使っていくことができなかつたりするという問題点がある。C社は、難易度の高い逆思考の文章題を最初に取り上げて手段としての線分図の必要感を高めてから、線分図を利用して数量関係を捉えて問題構造を関係図に表す単元構成である。これも、線分図の意味やかき方の指導時間の確保がないために問題構造の把握につなげられず、線分図を問題解決の手段として活用できないという問題点がある。以上のように、表1に示す各教科書の単元構成では問題構造の把握が不十分なために線分図に結び付けられないという問題点がある。

そこで、問題構造を把握するために関係図の意味と表し方の時間を確保してしっかりと指導してから、線分図の意味と表し方についての時間も確保して指導することが大切だと考える。このことは、問題構造を把握できず、問題解決のための手段や言葉や数を関連付けて考えることができないという学級の実態の克服にもつながる。関係図に焦点を当て、関係図から線分図へ関連付けた活動を取り入れ、量感を伴いながら数量関係を捉えさせ、関係図を生かした単元構成を工夫していく。

(3) 関係図から線分図への関連付けについて

関係図とは、文章題の中の数量関係を端的に表した図で、演算決定の判断の手助けとなるものである。数量関係が捉えやすく、問題解決の手段として使われるとともに、児童の思考過程をより効果的に伝えることができる。線分図とは、問題の中の数量を線分の長さで表し、数量関係を視覚で捉えやすくした図である。問題構造を関係図に表し、線分図に表していくことによって量感を伴って数量関係を捉えることができる。

単元のはじめにおいて、問題構造を関係図に表すことにより言葉や数を関連付けて把握していくことができると考えた。関係図から線分図へ関連付けた活動を取り入れて、関係図で把握した問題構造を基に線分図へ表させる。また、1単位時間においても関係図から線分図へ表す活動を設定することで、更に問題構造を量感を伴って把握する力がつくものと考えた。児童は初めて線分図を学習するため、線分をつなげ

表1 各教科書と本研究の単元構成の比較

	数量関係における文章題の考え方		
A社	言葉の式	→ 立式	→ 線分図
B社	線分図	→ 言葉の式	→ 立式
C社	線分図	→ 関係図	→ 立式
D社	言葉の式	→ 立式	→ 線分図
E社	言葉の式	→ 立式	→ 線分図
F社	言葉の式	→ 立式	→ 線分図
本研究	関係図	→ 線分図	→ 立式
指導の内容	・関係図を考え出す ・関係図のかき方のきを共有	・文章題から関係図へ ・関係図から線分図へ	・関係図を基に説明 ・線分図を基に説明 ・立式

ていく方法でかき方をしっかり指導し、手段として使うことができるようにさせる。

2 研究内容

(1) 関係図を生かした単元構成の工夫

図1に従って、単元構成の工夫及びその指導について説明する。

(第1時) 乗法の逆思考の文章題

- ・倍の考えに基づいて関係図を考え出す。
- ・関係図の意味やかき方を指導する。

(第2時) 除法の逆思考(等分除の逆)の文章題

- ・何倍という数量に置き換える指導をする。
- ・関係図のかき方を共有する。

(第3時) 除法の逆思考(包含除の逆)の文章題

- ・関係図から線分図への表し方を指導する。
- ・線分図の意味やかき方を指導する。

(第4時) 除法の逆思考(等分除の逆)の文章題

- ・鉛筆の文章題を通して、全体の大きさを求める線分図を指導する。

(第5時) 等分除の文章題

- ・1つ分の大きさを求める線分図を指導する。

(第6時) 包含除の文章題

- ・幾つ分を求める線分図を指導する。

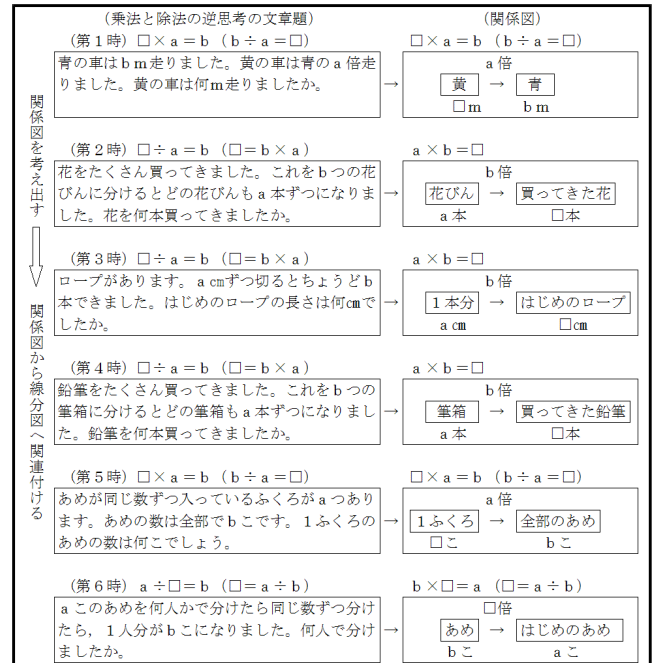


図1 単元構成の工夫と関係図

(2) 文章題から関係図を考え出す活動を設定すること

数量関係における乗法や除法の逆思考の文章題は、かけ算の倍の考えに基づいて考え、逆思考のわり算で答えを求める。そこで、倍の考えを捉えさせるため、何倍という数量が含まれている乗法の逆思考の文章題を扱う。文章題から必要な言葉や数を選択して図に表す指導を行い、同じ言葉や数をまとめて表せることを気付かせていく。「文章題と図は一致する」、「友達の考えをさらに深め、共通のきまりを見つける」という視点を基に練り合いを行い、関係図を考え出す活動を取り入れる。この過程を経て、関係図の意味やかき方を指導する。次に、難易度の高い除法の逆思考(等分除の逆)の文章題を扱う。関係図に表した言葉や数が何を示しているのか一つずつ文章題と照らし合わせる指導を行い、関係図のかき方のきまりを共有させる。このことで、言葉と数を関連付けて関係図に表していくことができるものと考えた。

(3) 関係図から線分図へ表す活動を設定すること

線分図の意味やそのかき方を知らなければ、線分図を問題解決の手段として使うことはできない。そこで、児童にとって線分図に置き換えやすく、段階的に線分図に表していくことができるように提示する文章題の構成を工夫する。まず、問題構造をテープ図に表す必然性があるロープの文章題を扱い、線分図に置き換える指導時間を確保する。ここでは、関係図で把握した問題構造を基にする1当たりの量の線分をつなげていくかき方について指導する。次に、鉛筆の文章題などを扱い、長さだけでなく様々な数量の問題でも線分図に表せることを指導する。また、等分除と包含除の文章題を扱い、全体の大きさを求めるだけでなく一つ分の大きさや幾つ分を求める時においても線分図に表せることを指導する。これらの指導によって、線分図の意味やよさに気付き抵抗なく表すことができると考えた。関係図から線分図への指導を繰り返すことで、問題構造と線分図の考え方が一致し、量感を伴って数量関係を捉えていくことができるものと考えた。

3 検証方法

児童の発言やノートの分析、事前・事後調査の評価テストの比較分析及び対象児童3年生28名の意識調査の比較分析を実施する。

4 検証授業の実際と考察

(1) 文章題から関係図を考え出す活動を設定したことの検証

(第1時) 青の車は 6 m 走りました。黄の車は青の 4 倍走りました。黄の車は何 m 走りましたか。

文章題を提示し、図に言葉や数を入れて考えさせた。黄の車は青の車の4倍であることを表した3人の児童の図を提示し、その中から選択した図に必要な言葉や数を表すように指導した。「文章題と図は一致する」「友達のことをさらに深め、共通のきまりを見つける」という視点に基づき、同じ言葉や数はまとめられることに気付かせるため、児童同士でアドバイスや意見を出し合いながら考えていくことができるように指導をした。車の絵がたくさんかかれていたことに注目し「4つ分の車を1つにまとめてしまえばよい」「黄の車を1つにまとめたから、青と車の間に4倍をかいてつなげたらいい」という意見を基に車の絵をアレイ図で表している児童がいたので、車をアレイ図で表し、関係図を考え出すことができた。関係図を考え出したことに対して「アドバイスをもらって、小さい図、かきやすい図になった」「違うと思っていた3人の図が同じ意味になったので驚いた」という感想が見られ、文章題と図が一致し言葉と数を関連付けていく必要性を感じさせるのに有効であったと考える。

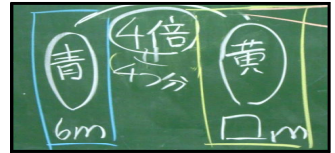


図2 考え出した関係図

(第2時) 花をたくさん買ってきました。これを8つの花びんに分けるとどの花びんも4本ずつになりました。花を何本買ってきましたか。

文章題から、1つ分の大きさ、幾つ分、全体の大きさの言葉と数を見付けて関係図に表すことを指導した。文章題に何倍という数量がないので、何倍に当たる数量を見付けて問題構造を把握することをおさえた。すると、言葉や数をなかなか見付けられず、関係図で1つ分の大きさと幾つ分を反対に表したり、かけられる数とかける数を反対にしたりして立式する児童が見られた。そこで、言葉や数が表している内容を一つずつ文章題と照らし合わせながら関係図のかき方を順序よく指導し、表2のきまりを共有した。児童の言葉を基に考えたきまりを使うことによって問題構造を把握し、関係図に表すことができるようになった。

表2 関係図のかき方のきまり

- ・左の言葉→1つ分の大きさ
- ・右の言葉→全体の大きさ
- ・矢印→何倍(幾つ分)
- ・分からない数→□
- ・単位が同じになる

(2) 関係図から線分図へ表す活動を設定したことの検証

(第3時) ロープがあります。5cmずつ切ると、ちょうど7本できました。はじめのロープの長さは何cmでしたか。

文章題から1つ分の大きさ、幾つ分、全体の大きさを見付けて表した関係図の意味について、「1本5cmのロープの7倍(7本分)がはじめのロープの長さである」と説明したことを基にロープをテープ図に置き換える指導をした。ほとんどの児童が1本5cmのテープを7本分かいていた。しかし、テープを横ではなく縦にかいている児童が1名、テープをばらばらにかいている児童が3名いた。そこで、はじめの長さのテープ図に表すことをおさえ、ロープなので細く表してみようと考えさせたところ、「線で表すことができる」と意見が出た。ロープ1本分を線分1つで表し、7本分つないで全体の大きさを考えることができた。関係図から線分図へ表す活動を設定した後に「倍図(児童が付けた名前)の意味で線分図に表せる」「ロープの問題を線分図で表していきたい」等の感想が見られたことから、関係図の意味を基に線分図へ表したことが有効であったと考えられる。ロープの問題を扱ったことも抵抗なく線分図に表すことにつながった。しかし、二人の児童がロープの問題だけを線分図へ表すことができると捉えていたため、どんな問題でも線分図へ表すことができることを確認した。

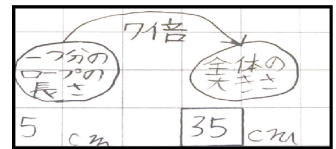


図3 関係図

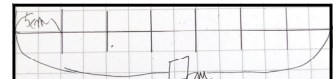


図4 線分図

(第4時) 鉛筆をたくさん買ってきました。これを6つの筆箱に分けるとどの筆箱も4本ずつになりました。鉛筆を何本買ってきましたか。

言葉と数を関連付けて関係図に表し問題構造を把握することが身に付き、図5のように関係図のかき方のきまりを意識してノートに書き込む児童も見られた。関係図を基に線分図に表したところ、テープ図の中に鉛筆の棒や鉛筆の図を4本ずつかいて6つの束にして表した児童が5名いた。これは、鉛筆の問題なので線分図に表すという意識がないためだと考える。そこで鉛筆の図で考えている児童の考えを提示し、テープ図に置き換えられることを確認し、図6のような線分図に置き換える指導をした。「ロープやひもの問題でなくても線分図に表すことができる」「鉛筆の図からテープ図、そして線分図へ表した時、はかせ(はやく、簡単に、正確に)に近くなったような気がした」「線分図は、長さだけでなく、個数も考えられることに驚いた」等の感想が見られた。問題構造を関係図に表すと線分図へ表すことができ、様々な問題においても線分図へ表すことができるというよさを感じていることが分かる。

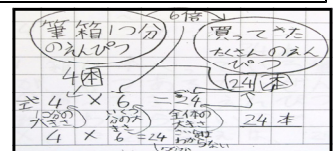


図5 関係図

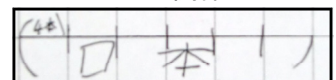


図6 線分図

(第5時) あめが同じ数ずつ入っているふくろが3つあります。あめの数は、全部で36こです。1ふくろのあめの数は何こでしょう。

関係図の意味は「1つ分のあめの数は分からないので□こにし、その□この3倍が全部のあめの数になる」と説明できた。倍の考えに基づき、□この3つ分が36こであるという線分図に表すことができた。しかし、線分一つを1と捉えて線分を36こ分表すなど、混乱してしまう児童がいることが分かった。そこで関係図の意味に戻り1つ分の大きさが1こであることと幾つ分が3倍なので線分は3つ分でよいことを確認し、関係図と線分図は一致することを指導した。線分図の上の方が「つ」と「こ」のように2つの単位が交ざっている児童もいたため混乱しないように線分図の上と下で単位を合わせることを指導した(図8)。また、関係図に表した何倍の数量だけ線分になっていることについてもおさえた。関係図で把握した言葉と数の関連を線分図に表したことにより、量感を伴って数量関係を捉えることができたと言える。思考や表現の手段だけでなく、児童は関係図や線分図に答えを入れて確かめの手段としても使うようになった。

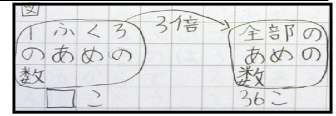


図7 関係図

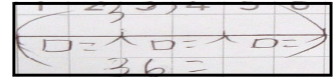


図8 線分図

(第6時) 21このあめを何人かで同じ数ずつ分けたら1人分が3こになりました。何人で分けましたか。

包含除の問題において、図9の線分図に表した児童は20名だった。これは図10の関係図の意味を基に $3 \times \square = 21$ と立式できることから、□に数を入れて7になるまで線分をつなげた考えである。この1当たりの量の線分をつなげる考えは今後の□を使った式などの学習においても使われるので、丁寧に指導していきたい。図11の線分図に表した5名の児童は、幾つ分が分からないため、線で区切ることはできず、全体のあめを3こずつ分けると何人分になるのかと考え、幾つ分=□倍と捉えたものである。この線分図を通して、わり算で求めることができると実感的理解を伴うことができた。どちらの線分図でも表していく指導が必要である。

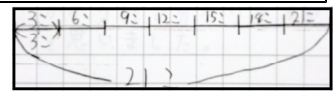


図9 線分図

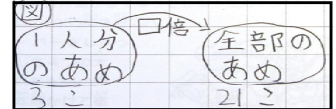


図10 関係図

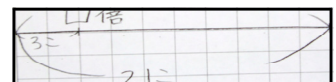


図11 線分図

5 考察

(1) 関係図から線分図へ関連付けたことによる数量関係の把握

図12, 13は、関係図から線分図へ表す活動における第3時から第6時までの数量関係の把握について表したものである。図12より、文章題から選択した言葉と数を関連付けたことで、関係図に表すことができたようになった児童が24名から28名へと増えている。つまり、問題構造を把握していることが分かる。図13より、関係図から線分図へ表したことで、関係図の意味を使って抵抗なく線分図に表していることが分かる。第5時では、等分除の文章題において1つ分の大きさを□に表し、□を使って線分図に表すことが難しかったため、第4時と比較すると1名の児童が表すことができなかったという結果になった。しかし、第6時の包含除の文章題においては、関係図の意味をもとに25名の児童が線分図に表すことができた。

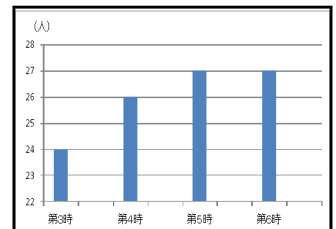


図12 問題構造を関係図に表した変容について

また、関係図と線分図を根拠にして考え、自分の考えを説明することができるようになった。そして、関係図と線分図を基に全員立式することができるようになった。つまり、問題構造を関係図に表し、把握したことを線分図へ表すことができると、立式まで到達する児童が増えたのである。

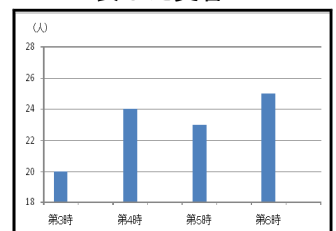


図13 関係図から線分図へ表した変容について

以上のことから、関係図を生かした単元構成を工夫し、関係図から線分図へ関連付けた活動は、児童が言葉と数を関連付け、量感を伴って数量関係を捉え、自分の考えたことを根拠をもって表すことができるようになって、筋道を立てて考える力を育てることに有効であったと言える。

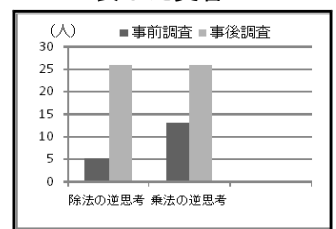


図14 事前調査と事後調査の比較

(2) 事前調査と事後調査の比較

除法の逆思考の文章題の事前調査では、図14のように1つ分の大きさと幾つ分を把握して考えられていたのは5名のみで、23名は1つ分の大きさと幾つ分を反対に捉えていた。事後調査では、言葉や数を関連付けて関係図に表すことが26名できていたことから問題構造を把握していることが分かる。な

かには、1つ分の大きさと幾つ分が反対になっていることに気づき正しい関係図に表し直す児童もいた。また、線分図で考えている児童も6名いた。乗法の逆思考の文章題の事前調査では、1つ分の大きさと幾つ分、全体の大きさを把握できずに 20×4 で考える児童が多かった。事後調査では、1さつ分の大きさが分からないので□を使って関係図に表して26名が考えることができた。このような結果から、言葉と数を関連付けて数量関係を捉え、筋道を立てて考えていく力が育っていることが分かる。

(3) 関係図を取り入れない単元構成との比較

図15は、単元構成に関係図を取り入れた（本研究）単元構成と関係図を取り入れていない単元構成を比較した結果である。除法の逆思考の文章題において、関係図を取り入れていない単元構成では、1つ分の大きさと幾つ分を反対にして考えている児童が多かった。また、等分除の文章題においても絵やアレイ図で考えたが立式することができない児童も多かった。問題構造を関係図に表すということは、数量関係を捉えて考えていくことに有効であったと考えられる。つまり、関係図を生かす単元構成では、自分の考えに根拠をもって筋道を立てて考える力を育てることができると考えられる。

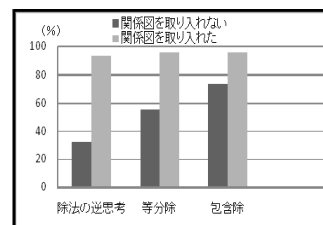


図15 関係図を取り入れない単元構成との比較

V 研究のまとめ

1 文章題から関係図を考え出す活動を設定したこと

- 文章題から関係図を考え出す活動を設定したことで、言葉や数を関連付けて問題構造を把握することができるようになった。
- はじめに話し合っただけで関係図のかき方のきまりを共有したことで、問題構造を関係図に表す意味とかき方を知り、関係図のよさに気づき関係図を思考や表現の手段として生かすことができるようになった。

2 関係図から線分図へ表す活動を設定したこと

- 関係図から線分図へ表す活動を設定したことで、線分図の意味やよさに気づき、抵抗なく線分図に表すことができるようになった。
- 関係図で把握した問題構造と線分図の考え方が一致したことで、量感を伴って数量関係を捉えることができるようになった。
- 関係図を生かした単元構成を工夫したことで、関係図のよさを生かして、関係図から線分図へ関連付けて考えることができ、筋道を立てて考える力を育てることができた。

以上の結果から、数量関係における文章題において、関係図を生かした単元構成を工夫し、関係図から線分図へ関連付けた活動を取り入れることで、言葉と数を関連付け、数量関係を捉え、自分の考えを根拠をもって表し、筋道を立てて考える力が育つことができるようになったと言える。

VI 本研究における課題

今後も、関係図から線分図へ関連付けた活動の系統的な指導が必要である。

<引用文献>

文部科学省 2008 『小学校学習指導要領解説 算数編（平成20年8月）』, p. 18, p. 20, p. 110

<参考文献>

文部科学省 2008 『小学校学習指導要領解説 算数編（平成20年8月）』
 全国算数授業研究会 2010 『表現力はこうして育てる』 東洋館出版社

<参考URL>

京都市総合教育センター研究課 研究紀要 2007 『算数・数学科における、筋道を立てて考えたり、自分の考えを表現したりする力を育成するための具体的な指導の在り方—小中9年間の系統性をふまえた文章題の指導を通して—』

<http://www.edu.city.kyoto.jp/sogokyoiku/kenkyu/outlines/h19/pdf/519.pdf> (2012. 1. 25)