青森県総合学校教育センター　研究紀要［2010.3］
Ｇ３－０４

高等学校　数学

高等学校数学科における学習指導要領改訂の趣旨を生かした事例の提案
－「新規の内容」，「数学活用問題」，「課題学習」とは何か－

高校教育課　　指導主事　　平　山　　　貴

要　　　旨

今回の高等学校数学科における学習指導要領の改訂では，「データの分析における四分位数」や「整数の性質におけるユークリッドの互除法」などが新たに導入され，それらの説明と事例を紹介する。同様に「数学活用問題」と「課題学習」の素材案についても取り上げ，それらを通して，今回の改訂の趣旨を生かすためのカリキュラムの提案とその課題を探る。

キーワード：データの分析　四分位数　ユークリッドの互除法　数学活用問題　課題学習

Ⅰ　主題設定の理由

PISA2003調査や各種調査などから，日本の高校生は，「思考力・判断力・表現力等を問う読解力や記述式問題」，「知識・技能を活用する問題」などに課題があることが示されている。また，「数学で学ぶ内容に興味がある」と回答した生徒の割合が国際平均値より低く，「数学の学習に対する不安を感じる」と回答した生徒の割合が国際平均値より高いことも課題として示されている。その背景には「学習意欲の低下」，「学習習慣や生活習慣の乱れ」，「自分への自信の欠如や将来への不安」，「体力の低下」などがあげられている。

このことから，平成20年１月，中央教育審議会における学習指導要領等の改善に関する答申では，その改善の基本方針に「算数科，数学科については，その課題を踏まえ，小・中・高等学校を通じて，発達の段階に応じ，算数的活動・数学的活動を一層充実させ，基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け，数学的な思考力・表現力を育て，学ぶ意欲を高めるようにする」ことが示された。

今回の改訂では，数学の学習を通して数学のよさを認識し，将来の学習や生活に数学を積極的に活用できるようにするために，数学の学習の系統性と生徒選択の多様性，生徒の学習意欲及び数学的な思考力・判断力・表現力を高めることなどに配慮し，「新規の内容」が導入されることとなった。「新規の内容」とは「数学Ⅰ：データの分析（四分位数，箱ひげ図）」，「数学Ａ：整数の性質（ユークリッドの互除法）」，「数学Ⅰ･Ａ：（課題学習）」である。本研究はこれら「新規の内容」についての事例をとりあげ，その導入をスムーズに行うための提案を行うものである。

Ⅱ　研究の目標

現在，数学Ⅰ・Ａに加わる「新規の内容」や「数学活用問題」，「課題学習」に関する具体例が不足しているため，参考となる事例をいくつか作成し，その中身を明らかにする。また，それらを通して高等学校数学科における学習指導要領の改訂の趣旨を生かした授業の工夫と改善などについて考察する。

Ⅲ　研究の実際とその考察

１　学習指導要領の数学科の科目編成

今回の学習指導要領の改訂により高等学校数学科の目標は「数学的活動を通して，数学における基本的な概念や原理・法則の体系的な理解を深め，事象を数学的に考察し表現する能力を高め，創造性の基礎を培うとともに，数学のよさを認識し，それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる。」と示されている。また，数学の学習の系統性と生徒選択の多様性，生徒の学習意欲及び数学的な思考力・判断力・表現力を高めることなどに配慮し，「新規の内容」が導入されている。それらは，今までの内容と違い，実用性に重きを置いたものになっている。また，「課題学習」が数学Ⅰと数学Ａの２科目に必修分野と

して設定され，その指導方法，授業時間数増にどのように対応するかが課題である。表１は，学習指導要領における数学科の科目編成を分かり易くまとめたものである。

表１　学習指導要領（平成21年３月告示）の数学科の科目編成

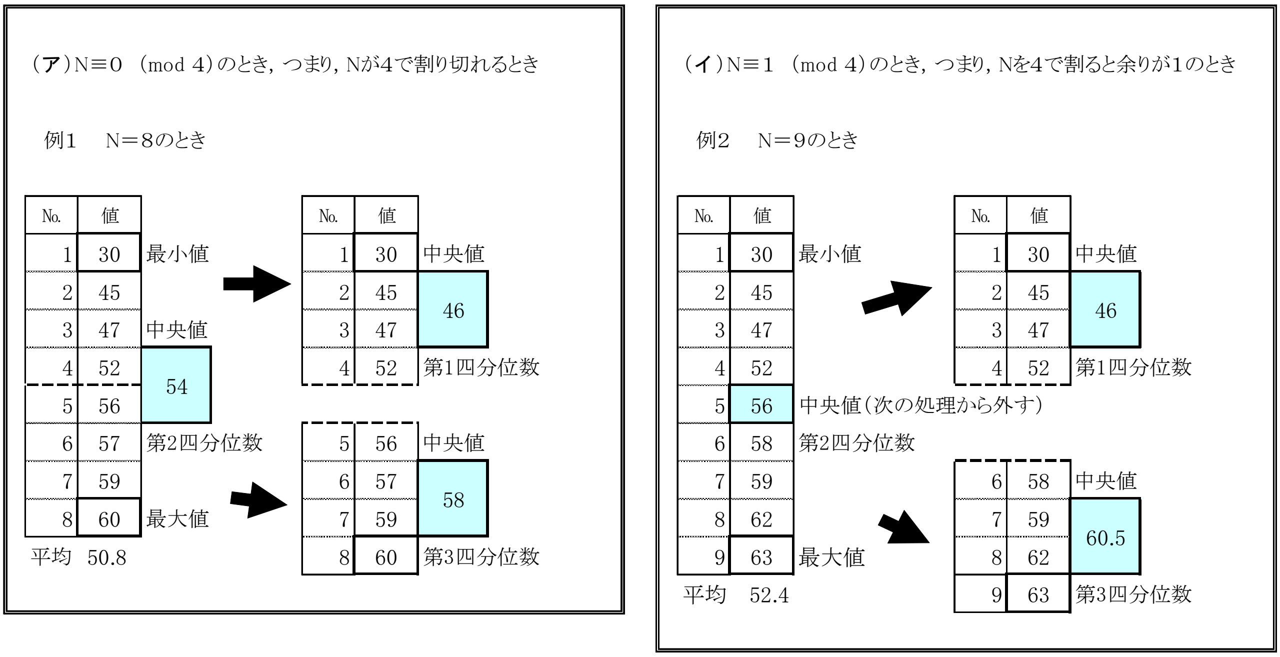
科目	単位数	必修/選択	従来からの内容	新規の内容	備考
数学Ⅰ	3	必修	①数と式	④データの分析（四分位数，箱ひげ図など）	①～⑤を全履修する。
			②図形と計量	⑤課題学習	
			③二次関数		
数学A	2	選択	①場合の数と確率	③整数の性質（ユークリッドの互除法）	①～③の中から２つの内容を選択する。④は必ず履修する。②については指導がしにくい内容であるため,①と③を選択履修するパターンが多いと予想される。
			②図形の性質	④課題学習	
数学Ⅱ	4	選択	①いろいろな式		①～⑤を全履修する。
			②図形と方程式		
			③指数関数・対数関数		
			④三角関数		
			⑤微分・積分の考え		
数学B	2	選択	①確率分布と統計的な推測		①～③の中から２つの内容を選択する。①については指導がしにくい内容であるため,②と③を選択履修するパターンが多いと予想される。
			②数列		
			③ベクトル		
数学Ⅲ	5	選択	①平面上の曲線と複素数平面		①～④を全履修する。①は現行過程の数学Ｃの内容であり，現行の数学Ｃは廃止となる。①は「行列」が外れ,「複素数平面」に内容変更となる。「行列」と「複素数平面」の入れ替えは過去にもあった。
			②極限		
			③微分法		
			④積分法		

２　新規の内容［数学Ⅰ：データの分析（四分位数，箱ひげ図）］

新しく導入される四分位数，四分位範囲，四分位偏差，分散及び標準偏差などについては，中学校での学習を更に発展させながら，その意味を理解させ，それらを利用してデータの傾向を説明できるようにする。なお，分散及び標準偏差については現行課程でも扱われているので説明を省略し，ここでは，四分位数，四分位偏差，箱ひげ図についてのみ扱うものとする。

(1) 四分位数と四分位偏差について

四分位数については以下の図１のようにデータの個数により４通りの求め方が考えられる。



(ウ)N≡２ (mod 4)のとき，つまり，Nを4で割ると余りが2のとき

例3　N＝10のとき

No.	値	
1	20	最小値
2	43	
3	47	
4	52	中央値
5	56	57.5
6	59	
7	64	第2四分位数
8	68	
9	73	
10	80	最大値
平均	56.2	

No.	値	
1	20	
2	43	中央値
3	47	第1四分位数
4	52	
5	56	

No.	値	
6	59	
7	64	中央値
8	68	第3四分位数
9	73	
10	80	

(エ)N≡３ (mod 4)のとき，つまり，Nを4で割ると余りが3のとき

例4　N＝11のとき

No.	値	
1	9	最小値
2	14	
3	21	
4	30	
5	35	
6	45	中央値(次の処理から外す)
7	52	第2四分位数
8	60	
9	68	
10	73	
11	84	最大値
平均	44.6	

No.	値	
1	9	
2	14	中央値
3	21	第1四分位数
4	30	
5	35	

No.	値	
7	52	
8	60	中央値
9	68	第3四分位数
10	73	
11	84	

図１　四分位数の求め方

①中央値（第２四分位数）を求める。

②データを中央値より小さい数の集合と大きい数の集合に分ける。

データ数が奇数のときは，中央値を小さい数の集合，大きい数の集合のいずれにも含めない。

③小さい数の集合の中で中央値を求めて，それを第１四分位数とする。

④大きい数の集合の中で中央値を求めて，それを第３四分位数とする。

⑤第３四分位数から第１四分位数の差をとり，それを四分位範囲とする。

⑥四分位範囲を２で割り，それを四分位偏差とする。

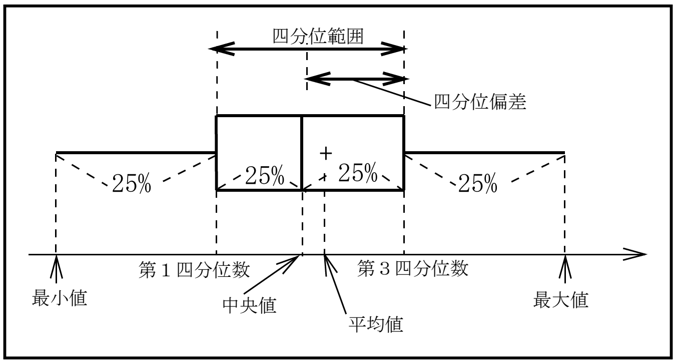


図２　箱ひげ図の説明

(2) 箱ひげ図

四分位数に関連した箱ひげ図について考察する。箱ひげ図とは図２のように，最小値，第１四分位数，中央値（第２四分位数），平均値，第３四分位数，最大値を箱と線（ひげ）を用いて一つの図で表したものである。箱の長さは四分位範囲を表し，その範囲の中に全データの真ん中の半数が入っている区間を表している。平均値を＋の記号で記入し，中央値との差を考える。また，第１・３四分位数と中央値との差も考える。25%分割ごとの刻みが分かり，分析しやすい。これにより，データの散らばり具合が把握しやすくなるので，複数のデータ分布を比較することに役立つのである。

図３において具体例を示す。データ数が32個であるので，図１の四分位数の求め方を参考にすると，32を４で割ると余り０になるので，(ア)の例１に相当する方法でデータ処理

四分位数，四分位偏差の説明
データの個数をN個とする。
N≡0 (mod 4)のとき

例　N＝32のとき

No.	値	
1	30	最小値
2	45	
3	47	
4	52	
5	52	
6	52	
7	56	
8	57	
9	58	
10	58	
11	59	
12	60	
13	61	
14	63	
15	65	中央値
16	68	69
17	70	
18	70	第2四部位数
19	71	
20	71	
21	72	
22	75	
23	75	
24	77	
25	80	
26	80	
27	81	
28	83	
29	85	
30	88	
31	89	
32	90	最大値
平均	67	

No.	値	
1	30	
2	45	
3	47	
4	52	
5	52	
6	52	
7	56	中央値
8	57	57.5
9	58	
10	58	第1四部位数
11	59	
12	60	
13	61	
14	63	
15	65	
16	68	

No.	値	
17	70	
18	70	
19	71	
20	71	
21	72	
22	75	
23	75	中央値
24	77	78.5
25	80	
26	80	第3四部位数
27	81	
28	83	
29	85	
30	88	
31	89	
32	90	

最小値	30
最大値	90
平均	66.875
第1四部位数	57.5
第2四部位数	69
第3四部位数	78.5

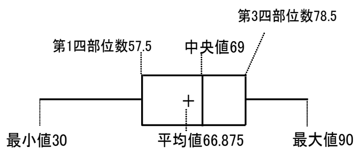


図３　箱ひげ図の例１

を行う。中央値より小さい数の集合と大きい数の集合に分けて考え，これをもとに，箱ひげ図を作成する。下位25％はデータが30～57.5までの間にあり，中間層25％～75％のデータは57.5～78.5の間にある。データの分布が最大値寄りになっているのが分かる。また，第２四分位数と第１四分位数の差が，必ずしも第３四分位数と第２四分位数の差とは一致しない。平均値が中央値（第２四分位数）より小さい値になっている。このように箱ひげ図は，棒グラフなどと同様に，データ分布の偏りが視覚的に分かるものである。

次に，複数データの項目についての箱ひげ図の例を図４で説明する。ここでは，試験の点数分布を科目Ａ～科目Ｆの６パターンを例に取り上げる。

科目Ａの最低点は０点，最高点は75点であり平均23.2点，中央値25.5点である。平均値及び中央値は低く，０点も存在する。また，上位25％以上の生徒も40点以上75点以下に存在する。このことから，この試験は難しかったと予想される。科目Ｂも科目Ａと同様に平均点及び中央値は低い。科目Ａと科目Ｂを比べると，科目Ａの平均点は科目Ｂの平均点に比べて低いが，科目Ａのほうが最高点が高く，科目Ｂより点数が高い生徒が多い。これより科目Ｂが科目Ａより難易度が高いと予想される。

科目Ｃは，最低点は40点，最高点は95点である。平均73.2点，中央値70点である。平均及び中央値は高い。科目Ｄは，最低点は17点，最高点95点，平均67.7点，中央値65点であり，科目Ｃと同様に平均及び中央値は高く易しい問題であることが予想される。また，科目Ｃと科目Ｄを比べると，科目Ｄの方が点数が低い生徒が多い。これより，科目Ｄは科目Ｃより難易度が高いと予想される。

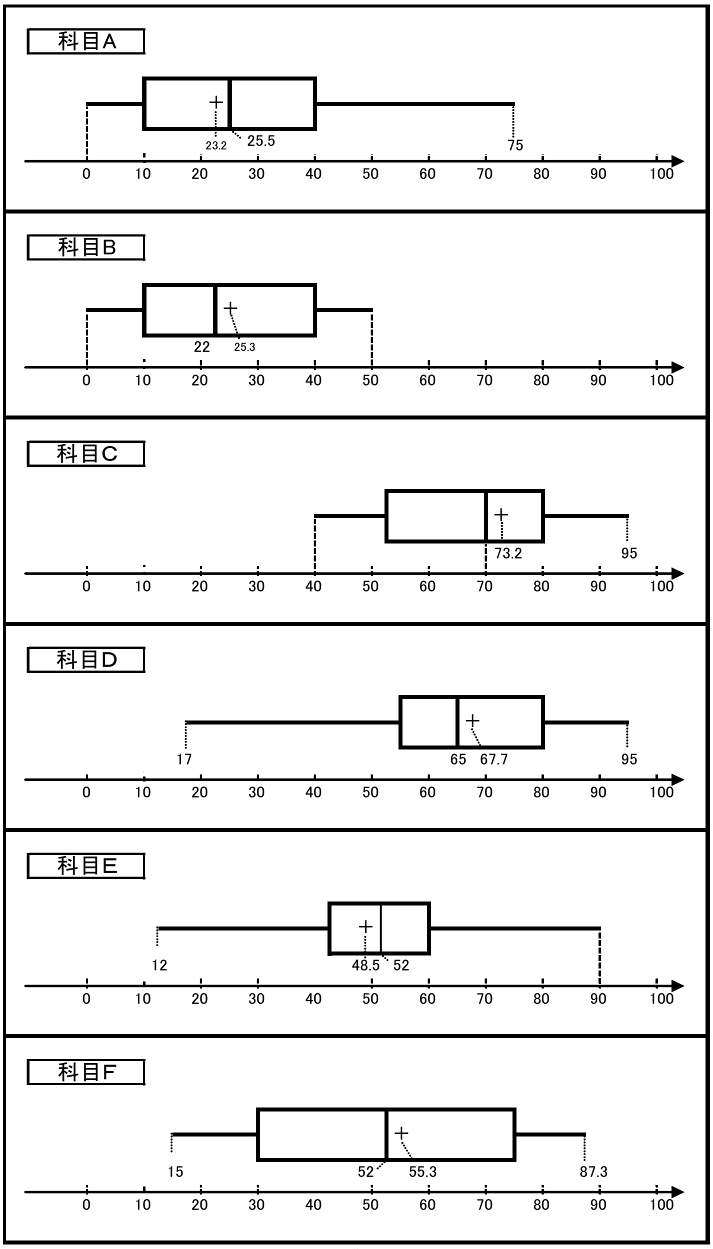


図４　箱ひげ図の例２

科目Ｅの場合は，最低点は12点，最高点は90点，平均48.5点，中央値52点である。最高点から最低点までの幅が広く，上位25％～上位75％の生徒について，中央値近辺に集中している。科目Ｆは，科目Ｅと平均，中央値は近い値だが，最高点から最低点までの幅が広く，上位25％～上位75％の生徒については，30点から75点あたりまでの間に存在し，ばらつきが非常に大きい。これより，科目Ｅの問題は，容易に正解できる問題と，正解できない問題の二種類に分けられた出題であったと予想される。

このように箱ひげ図は，多数のデータ項目でも，その特徴をつかむことが容易で，度数分布表や棒グラフなどの特徴を併せもった，視覚的に比較できる有用な方法であると言える。したがって，グラフの作成だけでなく，比較することで，分析力や思考，判断力，さらには表現力を意識した問題作成も可能になる。

２　新規の内容〔数学Ａ：整数の性質（ユークリッドの互除法）〕

整数の性質については，小学校以来学習してきているがまとめて扱われてはいない。ここでは，まず，整数の約数，倍数に関する基礎的な事柄を扱い，それらを具体的な問題の解決に活用できるようにする。そして最大公約数を求める方法としてユークリッドの互除法を理解させ，その有用性を認識させるとともに，二

元一次不定方程式の解の意味について理解させる。特に未知数の係数の最大公約数が1であるような場合については，その整数解を求めることができるようにしなければならない。
以下にどのような内容を教えることになるかを以下に記す。

定理 ⅰ）　A，Bを2つの自然数とし，AをBで割ったときの商をQ，余りをRとおくと 　$A=BQ+R$，$0\leqq R<B$で，AとBの最大公約数は，BとRの最大公約数に等しい。 ⅱ）2つの自然数A，Bが互いに素である自然数であるとき， 　方程式$Ax-By=1$を満足する整数x，yが存在する。 　（証明は省略する。）

(1)　２つの最大公約数の求め方の例

（A，B）をAとBの最大公約数と記述する。
6035と4165の最大公約数をユークリッドの互除法を用いて求める。
$6035=4165\times1+1870$
$4165=1870\times2+425$
$1870=425\times4+170$
$425=170\times2+85$
$170=85\times2+0$
これを記号で表すと，$(6035,4165)=(4165,1870)=(1870,425)$
$=(425,170)=(170,85)=(85,0)=85$
これより，最大公約数は85である。

(2)　不定方程式の整数解の基本問題例

方程式$37x+21y=1$…①を満たす整数x，yを求めよ

方程式の係数37と21は互いに素である自然数である。
$37=21\times1+16$　　よって　$16=37-21$ …②
$21=16\times1+5$　　よって　$5=21-16$ …③
$16=5\times3+1$　　よって　$1=16-5\times3$
$1=16-(21-16)\times3$　　（③より）
$=16\times4-21\times3$
$=(37-21)\times4-21\times3$　（②より）
$=37\times4-21\times7$
これより　$37\cdot4+21\cdot(-7)=1$…④
①において，$x=4$，$y=-7$が整数解の１つの組となる。
①から④を引くと

$$\begin{array}{rl} & 37x+21y=1\cdots① \\ -) & 37\cdot4+21\cdot(-7)=1\cdots④ \\ \hline & 37(x-4)+21(y+7)=0 \\ & 37(x-4)=21(-y-7) \end{array}$$

37と21は互いに素である自然数より
$x-4=21k$，$-y-7=37k$　（kは整数）
よって　x，yは整数解として
$x=21k+4$　，$y=-37k-7$（kは整数）…（答）

(3)　不定方程式の整数解問題の応用例

1個48円のリンゴと1個35円のミカンを合わせて1070円分購入した。 このとき，リンゴとミカンはそれぞれ何個ずつ購入したか。

方程式$48x+35y=1070$…①を満たす自然数x，yを求める。
方程式の係数48と35は互いに素である自然数なので
$48=35\times1+13$　　よって　$13=48-35$…②
$35=13\times2+9$　　よって　$9=35-13\times2$…③
$13=9\times1+4$　　よって　$4=13-9$…④
$9=4\times2+1$

よって $1=9-4\times 2$

$=9-(13-9)\times 2$　（④より）

$=9\times 3-13\times 2$

$=(35-13\times 2)\times 3-13\times 2$　（③より）

$=35\times 3-13\times 8$

$=35\times 3-(48-35)\times 8$　（②より）

$=35\times 11+48\times(-8)$

これより　$48\cdot(-8)+35\cdot 11=1$

辺々を1070倍して　$48\times(-8560)+35\times 11770=1070\cdots$⑤

①において，$x=-8560$，$y=11770$が整数解のひとつの組となる。

①から⑤を引くと

$$\begin{array}{rl} & 48x+35y=1070\cdots① \\ -) & 48\cdot(-8560)+35\cdot 11770=1070\cdots⑤ \\ \hline & 48(x+8560)+35(y-11770)=0 \\ & 48(x+8560)=35(-y+11770) \end{array}$$

48と35は互いに素である自然数より

$x+8560=35k$，$-y+11770=48k$　（kは整数）

よって　x，yは整数解として

$x=35k-8560\cdots$⑥，$y=11770-48k\cdots$⑦と表せる。

x，yはともに自然数なので，

$x=35k-8560>0$　かつ　$y=11770-48k>0$

よって　$244.57\cdots<k<245.20\cdots$

これよりkは自然数より　$k=245\cdots$⑧

②を⑥，⑦を代入すると　$x=10$，$y=15$

これより　リンゴ10個とミカン15個を購入した。

《2005年度東京大学前期入試問題文理共通》
3以上9999以下の奇数aで，a^2-aが10000で割り切れるものをすべて求めよ。

$a^2-a=a(a-1)$となる。

aと$a-1$の最大公約数を調べる。$(a, a-1)=(a, 1)=1$となるので

aと$a-1$は互いに素である整数である。

また，aは条件より奇数なので，$a-1$は偶数となる。　$10000=2^4\times 5^4$　より

$a-1=2^4m\cdots$①　，$a=5^4n\cdots$②とおける。（m，nは自然数）

①，②についてaを消去すると

$625n=16m+1$

$625n-16m=1\cdots$③についての整数解m，nを考える。

$(625, 16)=(16, 1)$より625と16は互いに素である自然数である。

また，$625=16\times 39+1$

$625\cdot 1+16\cdot(-39)=1\cdots$④

③から④を引くと，$625(n-1)-16(m+39)=0$

625と16は互いに素である自然数より

$n-1=16k$，$m+39=625k$　（kは整数）

$n=16k+1$を②に代入して

（$m=625k-39$を①に代入しても良い。）

$a=625(16k+1)=10000k+625$

条件より$3\leqq a\leqq 9999$を満たすためには，

$k=0$のときのみである。

これより　$a=625\cdots$（答）

◎整数論については，合同式を導入すればもっと理解が深まる。

4　「数学の活用」について

(1)　「数学活用問題」の素材例

高等学校の数学においてはどうしても教科書の内容を一方的に教える教師主導の授業になりがちである。また，一般の事象に対して数学を活用することにあまり触れない傾向が見られる。ここでは，「課題学習」や数学的活動とも非常に関連性の大きい「数学の活用」に関する素材例を示すことにする。

実際に数学を活用する場合によく思い付くのは例えば図５のように，物体の斜め投げ上げ投射の軌跡を放物線としてとらえ，考察する事象である。これは中学校でも，$y=ax^2$のグラフの応用として取り上げられているもので，実際に屋外に出て，実験データを取り，それをまとめて発表することはよくみられる。また，物体の高さや距離を測定するために，三角比を利用して測定することも取り上げられている。一般に教師は，この類の事象については対応でき，指導もできる。しかし，新たな事象の活用を考えた素材の参考例は非常に少ない。教科書にコラムとして取り上げられているものや，インターネットサイト「ＣＡＳＩＯ生活や実務に役立つ高精度計算サイト（http：//keisan.casio.jp/）」などが非常に参考になると思われる。これらをもとに問題作成作業を行えば，それが数学的活動にもなり，どのように数学を一般の事象に利用すればよいかの訓練にもなる。素材を日常の出来事や新聞記事などから求めることも非常によい。以下がその素材例である。

> 問　下図のように，地面から２ｍの高さの位置に，ひもを地面と平行に張った。太郎君はひもと同じ高さから，右斜め上方にボールを投げた。そのボールは最高点に達し，地面より低い池に落ちた。その様子は下図に表している。ただし，空気摩擦などは考えないものとし，単位はｍとする。
>
> （１）ボールはどのような軌跡を描くか，答えなさい。
> （２）太郎君が地面と接する点を原点Ｏとする。原点Ｏから右方向に x 軸，上方向に y 軸をとる。このとき，ボールの軌跡を関数 $y=f(x)$ で表しなさい。
> （３）ボールは地面から最高何ｍの高さまで上がるか，答えなさい。

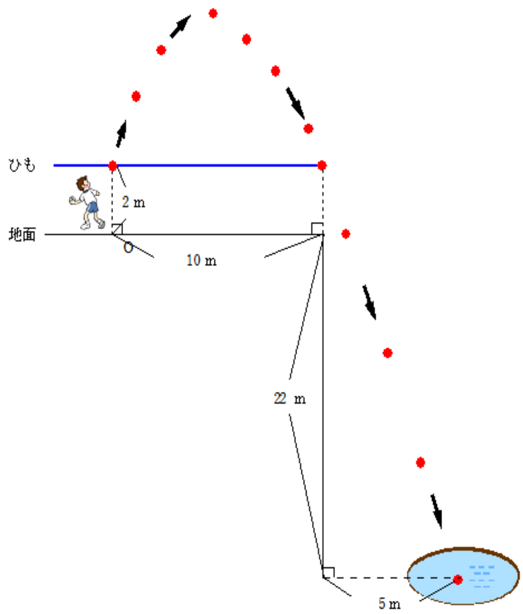


図５　斜め投げ上げ投射問題

①金利計算（ローン計算，利息計算，税金計算，為替計算など）⇒指数計算，等比数列の応用
②健康管理計算（BMI，運動，食事のカロリー計算など）⇒一次関数，二次関数，不等式の利用
③エコ計算問題（エコカー関係の計算，冷暖房費，地球温暖化問題，発電計算など）⇒一次関数，二次関数，不等式，図形と方程式などの利用
④測量問題（地球の円周の長さ，山の高さ，建物の高さ，各地点間の距離）⇒三角比，相似関係の利用
⑤スポーツ問題（テニスのサービス，ボールの投げ上げ投射，バスケットボールのフリースローなど）⇒三角比，二次関数，相似などの利用
⑥折り返し問題（紙の折り返し，針金の折り曲げ，テープの折り返しなど）⇒三角比，二次関数の応用
⑦統計問題（新聞，インターネット，情報誌など）⇒グラフ，確率などの利用

(2)　活用問題作成の実践

次に活用問題の具体例で，「数学の活用」について考えてみることにする。活用を意識した事例である。

> 問　学校祭の模擬店営業において，ある商品を販売することになりました。商品１個の仕入れ価格は50円であり，80円で売ると１日に1000個売れる。また，商品１個につき１円値上げするごとに売り上げ個数は10個ずつ減る。ただし，売れない商品はすべて返品できる。商品１個の販売価格を x 円とする。
>
> （１）商品の販売個数を x を用いて表しなさい。
> （２）１日の利益を y 円とするとき，y を x で表しなさい。
> （３）１日の利益を最大にするには商品１個の販売価格をいくらにすれば良いか，答えなさい。

図６　販売価格設定問題

図６の販売価格設定問題は数学Ⅰの教科書の章末問題からヒントを得て作題した。大学入試問題でも類題が出題されている。「高等学校学習指導要領解説数学編」においても，数学Ⅰの課題学習の例として，このような例の問題設定を取り上げている。この問題は，「販売価格１円の値上げにより，売り上げ個数が10個減る」という条件のもと，利益を最大にするにはどうすれば良いかを考えるシミュレーション問題である。実際に商品の販売を行うときに，このようなことを考えることができれば，商品販売計画を考えるうえで有効である。販売実績のデータを集め，実際にどのような関数になるかを考えてみることも，「数学活用」の実践としては意味がある。二次関数以外の関数を使用すれば，もっといろいろな見方・考え方ができ，実生活に応用できる良問題である。

図７のスキー板の長さのルール改正問題については，スキージャンプにおけるスキーの長さと選手の身長との関係性を考える問題である。誘導方式で不等式で考える問題として扱っているものである。中学校数学の知識を用いて，一次関数のグラフを３つ比較することによっても解答できる。また，ルール改正により，有利・不利となる国があるか否かを論ずる資料の読み取り問題とすることもできる。

図８の体格指数ＢＭＩと肥満との関連問題は，身近な健康診断検査を取り上げたものである。男性，女性における体格指数ＢＭＩと有病指数についての関係を二次関数として考えることにより体重減量目標を考える問題になっている。問題の（１）はデータの分析としてとらえることもできる。この問題においては，参考資料をきちんと読んで理解し，それをもとにして問題を解くことになるため，時間をかけてゆっくり考えるのには適しており，その点では，課題学習の素材として考えることもできるものである。

問　スキージャンプは長い板をはけば，より大きな揚力を得られるようになり，遠方へ飛ぶことができる。スキージャンプでＡ国チームとＢ国チームが団体戦を行うことになった。その際にスキーの板の長さに関して新ルールを設けようという動きがある。板の長さに関しては，**現行ルール**と**ルール案１**，**ルール案２**が考えられた。(下の太線枠内)

また，Ａ国チームとＢ国チームの選手 10 人の身長については下の破線枠内に記してある。

スキー板の長さについて，
現行ルール：(その選手の身長＋ 80cm)以下とする。
ルール案１：(その選手の身長× 1.46) 以下とする。
ルール案２：(その選手の身長+108cm) × 0.9 以下とする。

Ａ国チーム選手の身長

選手	身長
A1	171 cm
A2	170 cm
A3	172 cm
A4	171 cm
A5	171 cm

Ｂ国チーム選手の身長

選手	身長
B1	180 cm
B2	176 cm
B3	175 cm
B4	175 cm
B5	180 cm

（1）次の ア ～ エ に入る適当な数値を解答欄に記入しなさい。
現行ルールと**ルール案１**を比べる。選手の身長を $x$cmとする。
ルール案１でのスキーの長さの最大値は ア cm，
現行ルールでのスキーの長さの最大値は イ cm
ルール案１のスキーの長さの最大値＞**現行ルール**の長さの最大値とすると
ア ＞ イ

よって　$x > \dfrac{\text{ウ}}{23}$　　ただし，ウ は整数である。

小数点以下を四捨五入して考えると，エ cm以上になればルール案１が有利になる。
Ａ国は身長 エ cm以上の選手は皆無である。Ｂ国は全員 エ cm以上の身長である。これより，Ａ国チームにとっては，**ルール案１**より**現行ルール**が有利である。

解答欄

ア		イ		ウ		エ	

（２）**現行ルール**と**ルール案２**を比べると，Ａ国チームにとってどちらが有利になるか答えなさい。

（３）Ａ国チームは自国に有利になるためにどのルールに賛成すべきか答えなさい。

図７　スキー板の長さのルール改正問題

問　お父さんが健康診断を行い，健康診断検査結果報告書が届いた。しかしながら，未記載の箇所が多数あり，困ってしまった。お父さんは冷静にこれを見て，『未記載箇所はすべて記入できる。』と判断した。
（1）下記の表の（　　　）に適切な値を記入しなさい。

健康診断検査結果報告書　　**氏名**　○○ ○○

身長　（ **180** ）cm
体重　（ **115** ）kg
あなたの標準体重（　　）kg であり，体格指数 BMI は（　　）です。
肥満度は肥満（　　）度です。健康のために減量が必要です。

〰〰〰〰　省略　〰〰〰〰

参考資料１
標準体重＝(身長)^2× 22
体格指数 BMI ＝(体重)÷(身長)^2
(ただし，体重の単位は kg 身長の単位はｍとする。)

参考資料２

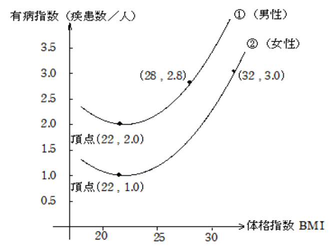
身長(m)	標準体重(kg)
1.45	46.3
1.50	(　　)
1.55	52.9
1.60	(　　)
1.65	59.9
1.70	63.6
1.75	67.4
1.80	(　　)

参考資料３

BMI	肥満度
18.5 未満	やせすぎ
18.5 以上 25 未満	標　準
25 以上 30 未満	肥満１度
30 以上 35 未満	肥満２度
35 以上 40 未満	肥満３度
40 以上	肥満４度

ただし，数値は小数第２位で四捨五入したものである。

（２）下のグラフは，①(男性)と②(女性)について，体格指数 BMI と有病指数（１人あたりいくつの疾患を有しているかの割合）の関係を二次関数として考えたものである。体格指数 BMI を x，有病指数を y とし，①，②を x についての二次関数 $y = f(x)$，$y = g(x)$ のとする。このとき，$f(x)$，$g(x)$ を求めなさい。



（３）お父さんは健康のために，『有病指数 ≦ 2.45』を目標として減量することになった。
ただし，体格指数 BMI ≧ 22 の場合のみ考える。
（ア）（２）の関数 $f(x)$ を利用して，目標を達成するためには，体格指数 BMI の値の範囲はどうなればよいか，考えなさい。

（イ）目標を達成するには，最低何 kg 減量しなければならないか。ただし，減量値は小数第２位で四捨五入したものとする。

図８　体格指数ＢＭＩと肥満との関連問題

５　課題学習

課題学習の実施にあたっては，生徒に対して，教師が一方的に課題を提示し，それについて仕方なく取り組ませることは極力避けるべきである。また，生徒が関心を抱くような話題を発展させるなどして，数学と関連付けることが必要である。教師が時間を気にして，じっくり生徒に思考させず，解答を切り出す事は避けなければならない。生徒が課題の意味を理解し，自力解決を養う力をはぐくむ必要がある。また，グループごとに課題を設定し，実験やデータ収集などを行い，それをまとめてプレゼンテーションを行うことも考えられる。現行の教育課程においても，理数科において理数科研究あるいはやＳＳＨ研究としても行われている。インターネットで検索すると，事例は多数見つかる。和算やコンピュータ処理，統計処理，測量などのものが多い。しかし，課題学習として扱うには内容的に重い場合が多く，むしろ，個人ごとにあまり難しくない内容の課題設定を行うほうがよい。課題設定による数学的考察が数学的活動につながり，生徒の興味・関心を引き出すための素材例を以下に記す。

(1) 数学Ⅰにおける課題学習の素材例

①有理数，無理数とは何かを調査し，それをまとめる。例えば，$\sqrt{2}$ の関係に基づく「黄金比」，「ピア

ノなどの１オクターブの半音」，「丸太から強い角材をとる方法」，「コピー用紙，名刺，クレジットカードなどの用紙の縦と横の比」などがあげられる。
②「円周率π」や「数字の０（ゼロ）」についての起源やその意味を調べ，まとめる。
③活用問題と同様に，一般の事象，例えば，「自動車のスピードと停止距離の関係」，「測量実習における三角比の利用」，「環境関係のデータ」等を分析し，それを具体的な関数に結びつける」なども考えられる。
④「方程式，不等式の証明論法」，「定理の証明の別解調査」について考える。
⑤「三角比の値について，小数第１位刻みの表」の作成を作成し，測量にそれを応用する。

(2) 数学Ａにおける課題学習の素材例

①確率に関する試行を行い，データを集め，結果から予想されたものと一致するかなどの検証などが考えられる。コンピュータを利用すればなおよいものになる。例えば，簡単な「白玉，黒玉確率問題」，「宝くじの値段設定」，「13日が金曜日になる確率」，「鉛筆ころがしの確率」などを実際の試行を行ってデータを取り，その結果をまとめる。
②整数の性質については，「合同式」や「循環小数」，その他の整数問題を取り上げて解くことも考えられる。
③和算における整数問題，例えば，「油分け算」，「百五減算」，「左々立」，「百鶏算」，「虫食い算」を取り上げて調べる。
④２進法に関連した「バーコード」や「モールス信号」の仕組みを調べる。

６　学習指導要領の改訂に伴う課題とその対応

(1) 時間数の確保について

進学校では，これまでも授業内容と比較して，時間数不足が問題になっている。大多数の学校は長期休業の補講や放課後講習を行い，大学入試に間に合わせている状況である。新課程においてはさらに内容のボリュームアップが図られている。以下に数学Ⅰ・Ａを例として，時間数の増減が大きい内容について表２にしてみた。ただし，数学Ａにおいては「場合の数と確率」と「整数の性質」を選択するものとする。

表２　数学Ⅰ・Ａの時間数の増加

新課程科目	内容	予想される授業時間数の増減
数学Ⅰ	データの分析（四分位数，相関関数など）	＋5～＋15
数学Ⅰ	課題学習	＋2～＋5
数学Ａ	整数の性質（約数，ユークリッドの互除法など）	＋10～＋15
数学Ａ	課題学習	＋2～＋5

この表は現時点でのあくまでも予想である。授業の工夫次第で短縮も可能である。しかしながら，現実的には，現行課程と同程度の授業時間数しか確保できないことを考えると，数学Ⅰと数学Ａを履修終了は現行より１ヶ月遅れることが予想される。また，課題学習の時間確保を優先すると更に遅れることになる。
一方，進学校でない場合は，数学に取り組ませる時間的余裕があり，「データの分析」や「課題学習」を通じて，数学に対する興味・関心をもたせる絶好の機会を得ることができる。そのためにも義務教育段階の学習内容の確実な定着を図るための提案を行いつつ，生活に隠れた数学の活用（例えば「白熱電球，蛍光灯，ＬＥＤ電球の値段と電気代の比較による照明電灯の購入選択」など）を見つけ出し，それを題材として生徒に考察させる指導を心がけなければならない。生徒から「数学の活用」に関しての事例をうまく引き出すことができれば，その意義は大きい。そのためにも授業の一層の工夫と改善が必要である。

(2) 問題解決型学習への転換に向けた指導方法の改善について

数学の授業は教師による一方通行的な説明中心の指導になりがちである。この授業を問題解決型の授業にするためには，問題を充分精選し，その問題についての解決方法をじっくり思考する時間を設ける必要がある。授業における目標を明確にし，それを達成させたときの喜びを生徒に実感させ，実生活への数学の活用例を示し，「数学活用問題」を取り入れることが必要である。また，解答が間違っていても排除せず，その解法の手順を尊重する指導を心がけるなどの配慮も必要である。さらに，「課題学習」の事例などは記録として残し，ノウハウの伝授をきちんと行うことも継続性を持たせるためには必要である。

Ⅳ　研究のまとめ

今回の学習指導要領の改訂により，「数学Ⅰ：データの分析（四分位数，箱ひげ図）」，「数学Ａ：整数の性質（ユークリッドの互除法）」，「数学Ⅰ・Ａ：（課題学習）」などが新たに導入され，これらについての説明を行い，事例を紹介した。また，同様に「数学活用問題の作成と素材例」，「課題学習」についても取り上げ，それらを通して，学習指導要領の改訂の趣旨を生かしたカリキュラムの提案を行った。この研究により，「数学的な見方や考え方を生かして問題を解決する力，自分の考えを数学的に表現する力」をはぐくむことがいかに重要かを理解することができた。また，教師による一方的な授業ではなく，生徒に考える時間を与え，数学的活動を行う機会をきちんと確保する必要があることも再認識することができた。しかし，一方では，「新規の内容」などの導入が，授業時間不足に拍車をかけ，逆に数学的活動の機会を奪う事態になるのではないかとの現実的な課題もあげられる。だからと言って，「例題→問い→練習問題」の従来型の授業のままでは，本当に数学のよさを認識できず，数学離れを加速する結果になる。教師は従来型の授業の仕方に危機感をもち，改善を図らねばならない。

今回はそのための提案を行ったが，結局は「新規の内容」や「数学の活用」，「課題学習」を確実に実践することが学習指導要領改訂の趣旨を生かすことにつながり，生徒の学習意欲や数学的な思考力・判断力・表現力を高めることにつながることに気づいた。

Ⅴ　本研究における課題

学習指導要領の改訂の趣旨を生かすために，「数学活用問題」の事例，「課題学習」の素材例の研究だけでなく，それらの応用としての「数学の活用」，「課題学習」を現場でどのように教えるか，そのモデル例を考察することが課題である。

＜引用文献＞
中央教育審議会　2008　『幼稚園，小学校，中学校，高等学校及び特別支援学校の学習指導要領の改善について（答申）』，p.83
文部科学省　2009　『高等学校学習指導要領（平成21年3月告示）』，pp.53－61
宮原繁著　1989　『モノグラフ2整数3訂版』，pp.1－9
＜参考文献＞
上村文隆　2007　『生き物たちのエレガントな数学　自然の中に潜む方程式を解こう』　技術評論社
大矢雅則・岡部恒治・ほか13名著　2006　『改訂版新編数学Ⅰ』　数研出版
数学教育協議会／銀林浩　1993　『数学教室別冊２　実験数学のすすめ　課題に取り組む楽しい授業』国土社
鉄力会数学科　2006　『2007年度用鉄力会東大数学問題集』角川学芸出版
長崎栄三・長尾篤志・吉田明史・一楽重雄・渡邊公夫・国宗進編著　2004　『授業研究に学ぶ高校新数学科の在り方』明治図書
根上生也・桜井進　2007　『計算しない数学，計算する数学』　技術評論社
文部科学省　2009　『高等学校学習指導要領解説　数学編（平成21年7月）』
吉田明史監修　2003　『高等学校数学新学習指導要領完全対応　創造性の基礎を培う数学的活動実践事例集（Ⅰ）』　学校図書
吉田明史監修　2003　『高等学校数学新学習指導要領完全対応　創造性の基礎を培う数学的活動実践事例集（Ⅱ）』　学校図書
吉田稔・飯島忠編　1989　『話題源数学　心を揺する楽しい授業』　東京法令出版
＜参考ＵＲＬ＞
「ＣＡＳＩＯ生活や実務に役立つ高精度計算サイト」　http：//keisan.casio.jp/（2010.1.4）
「肥満度の計算」　http：//www.uemura-clinic.com/dmlecture/bmi.htm（2010.1.4）
「平成16年度文部科学省委嘱研究報告書学習内容と日常生活との関連性の研究－学習内容と日常生活，産業社会・人間とに関連した題材の開発」
http：//www.mext.go.jp/a_menu/shotou/gakuryoku/siryo/05070801.htm（2010.1.4）