

小学校 算数

数量関係における

数学的な思考力・表現力を高めるための指導法の研究

－問題づくりと算数マップを関連付けた活動を通して－

黒石市立黒石小学校 教諭 関 美 起 子

要 旨

本研究は、第2学年「たし算とひき算」の単元において、数量関係における数学的な思考力・表現力を高めるために、問題づくりと算数マップを関連付けた活動の有効性について明らかにしたものである。問題づくりと算数マップを関連付けた活動を取り入れることで、問題の情報を整理し、数学的な考え方のよさに気付き、思考力を高めるとともに、数学的な考え方と技能の表現力も高めることができた。

キーワード：小学校 算数 数学的な思考力・表現力 問題づくり 算数マップ

I 主題設定の理由

小学校学習指導要領（平成20年3月告示）算数の目標に、「日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てる」と示されている。見通しをもつこと、根拠を明らかにすること、筋道を立てて考えること、自分の考えを言葉や数・式・図などを用いて表現すること、つまり数学的な思考力・表現力の育成が求められている。今回の改訂で、低学年から「数量関係」の領域が設けられたことから、言葉や数、式、図などを用いた思考力・表現力が重視されていることが分かる。

学級の実態としては、問題の意図など（以下、問題の構造とする）を考えずに形式的な言葉だけで演算決定をしたり、必要な情報の選択をすることなく数字をただ並べて式をつくったりする児童が見られる。また答えを導くことはできてもその根拠を説明することができなかつたり、問題に対する自分の考えを式や図で表すことができても数学的な考え方のよさに気付いていなかたりする児童もいる。つまり、見通しをもち根拠を明らかにしながら筋道を立てて考えたり、言葉や数、式、児童の思考過程に着目し図などで表現したりする数学的な思考力・表現力が不足している。

そこで本研究では、数量関係における数学的な思考力・表現力を高めるために、指導過程を四つに分け、はじめの問題把握に、問題づくりと算数マップを関連付けた活動を設定した。これは、児童が自分の言葉で算数の問題をつくる問題づくりと、吹き出しを使って思考過程を明らかにする算数マップを関連付けた活動であり、問題づくりから算数マップへと続く活動と、算数マップを問題づくりに生かしていく活動の二つからなる。この問題づくりと算数マップを関連付けた活動を取り入れることで、問題を整理し、数学的な考え方のよさに気付き、思考力を高め、数学的な考えの表現力と技能の表現力も高めると考え本主題を設定した。

II 研究目標

数量関係において、問題づくりと算数マップを関連付けた活動を取り入れることで、数量関係における数学的な思考力・表現力を高めることができることを実践を通して明らかにする。

III 研究仮説

数量関係において、問題づくりと算数マップを関連付けた活動を取り入れることで、問題を整理し、数学的な考え方のよさに気付き、思考力を高めるとともに、数学的な考え方と技能の表現力を高めることができるのではないだろうか。

## IV 研究の実際とその考察

### 1 研究における基本的な考え方

#### (1) 問題づくりについて

問題づくりとは、提示された絵や半具体物などから、児童が問題の情景をイメージし、自分の言葉で算数の文章問題をつくることである。この活動は、問題の構造の理解を促すので、児童がテープ図や関係図などで表して考え、見直しをもって考えていくことになる。澤田は、児童が自ら考え判断し表現することに重点を置いた学習活動の重要性を指摘している。いろいろな問題づくりを段階的に授業に取り入れることで、児童が解決のために必要な情報を的確に捉えられるようになり、問題の構造を把握する力が育つと考える。

#### (2) 算数マップについて

算数マップとは、問題の構造に基づいて解決に至る情報を選択し、言葉や数、式、図などを使い、吹き出しにまとめながら、児童の思考過程を明らかにすることである。亀岡は、思考過程を「ふきだし」に表すことについて、児童に自分の思考を振り返らせる上でも教師にとっての児童理解や教材研究においても有効だとしている。吹き出しを使った算数マップを通して、児童が思考過程を明らかにしたり友達の考えを書き留めたりできるノートのまとめ方を工夫し、つぶやきとして消えていた自分の思考を振り返らせ、話し合いでは自分の思考過程を確かめられるようにする。算数マップを通して、児童の思考過程を明らかにすることは、演算決定の根拠を筋道立てて考え、言葉や数、式、図などを用いて説明するという表現する力が育つと考える。また、この取組は、つまりいている児童に対しての教師の手だても容易となる。

#### (3) 問題づくりと算数マップの関連付けについて

上記の問題づくりと算数マップの取組は、関連付けることによって相乗効果が期待できる。本研究で考える二つの関連付けの考えについて、以下に詳述する。

##### ア 問題づくりから算数マップへと続く関連付け

問題づくりから算数マップへと続く関連付けによって、児童が既習事項を生かし、方法や結果の見直しをもって考えを深め、問題の情報を整理していくことが可能になる。自分でつくった問題であるから多くの児童が解決のために必要な情報を取り出し、その情報を基に数量関係を言葉や数、式、図などで表現することが可能になり、自分の考えに根拠をもって意欲的に取り組めるようになる。

##### イ 算数マップを問題づくりに生かす関連付け

算数マップを問題づくりに生かす関連付けは、アの関連付けを問題把握だけにとどめるのではなく、自力解決・練り合い・まとめの段階、そして次時の問題把握の過程における問題づくりに生かすことである。これは、自力解決において演算決定の根拠を言葉や数、式、図などで関連させて考え表現し、練り合いにおいて友達の考えと関連させて更に考えを深め、まとめで自分の考えを整理し数学的な考え方のよさに気付かせ、次時の問題づくりに反映させようとするものである。

本研究では片桐の数学的な考え方を基にして、場面や事柄などを図に表して捉えようとしたり、たし算やひき算の意味に基づいて考えようとしたりする力を思考力と捉えた。また、小島の考える数学的な表現力「言葉や数、式や図、グラフなどを用いて問題の解決過程における考え方や処理の仕方や結果を分かりやすく表したり、説明したりする能力」（小島宏，2008）を重視し、言葉や数、式、図などを用いて演算決定の根拠や結果を表現したり、説明したりする力を表現力と捉えた。問題づくりと算数マップを関連付けることで、問題の情報が整理され、数学的な考え方のよさの気付きから思考力が高まり、数学的な考え方と技能の表現力も高まると考える。

## 2 研究内容

### (1) 問題づくりの活動を設定する

表1は、問題づくりのねらいと指導法を示したものである。問題づくりの分類は、統一型・自由型・条件不足型・間違いさがし型の4つであり、段階的に取り組ませていく。問題の場面としては、加法の

表1 問題づくりの分類と単元構成

問題づくりの分類	問題づくりのねらいと指導法
統一型問題づくり 【第1時：増加】	問題の構造の基本を確認する ・数の入った絵や具体物などから児童が自分の言葉で問題をつくるが、ノートには同じ言葉で問題をかいていく。
自由型問題づくり 【第2時：求残】	日常の事象から問題の構造に合う場面を自分で見つける ・数の入った絵や具体物などから児童が自分の言葉で問題をつくり、ノートにも自分の言葉で問題をかいていく。
条件不足型問題づくり 【第3時：求大】 【第4時：求小】 【第5時：減法逆の加法】 【第6時：加法逆の減法】	不足している部分を考えることで問題の構造を把握する ・条件不足の問題の場面を提示し、自分の言葉で問題をつくりノートにかいていく。 ・数については、どの場面の数が分かると問題解決ができるのかを考えながら問題をつくる。
間違いさがし型問題づくり 【第7時：減法適用の 場面で未知の減数】	数を入れて考えることで問題の構造を把握する ・条件不足の問題の場面を提示し、自分の言葉で問題をつくりノートにかいていく。 ・数については、どの場面の数が分かると問題解決ができるのかを考えさせる。また、数を入れることで、場面の間違いを考えながら問題をつくる。

順思考（増加）から加減の逆思考へと難易度を高めていく。ここでは、児童の抵抗を少なくするために基本を確認しながら問題の場を広げていく。また、児童がつくった問題を全体で発表させ、必要な情報を共有させるようにする。

表2 算数マップを指導するに当たって

- ・ノート見開き2ページを1時間で使うことを原則とする
- ・左ページには自分がつくった問題をかく
- ・問題のまわりには「吹き出し」で思考過程を記述させる
- ・右ページには友達の考えと感想をかくスペースを設ける
- ・その他の工夫は児童に任せ自分で創る学習ノートとする

(2) 算数マップをつくる活動を設定する

算数マップは、問題の回りに思い浮かんだことをかかせ、思考過程を記録していくことを目的とする。ノートについては、表2のように全体で基本的な使い方を決めて取り組ませる。この算数マップを授業の中に取り入れていくことで、見通しをもち、根拠を明らかにしながら筋道を立てて考え、言葉や数、式、図などで説明する表現力が育つと考える。

(3) 問題づくりと算数マップを関連付けた活動を設定する

図1に示すように、問題づくりと算数マップを関連付けた活動とは、問題づくりから算数マップへと続く活動と算数マップを問題づくりに生かしていく活動である。

表3 六つの視点

- ・大切な言葉や数を見つける
- ・数量やその関係を読み取る
- ・関係を言葉、式、図などで表す
- ・方法や結果の見通しをする
- ・既習事項との関係を探る
- ・困ったことや必要なことを考える

ア 問題づくりから算数マップへと続く活動

図1の問題づくりから算数マップへと続く活動は、1時間の授業における問題把握の段階に焦点を当てたものである。自分でつくった問題の情報を自分で選択し、言葉や数、式、図などを使って吹き出しにまとめていく。表3は、問題の情報を選択し適切に取り出したり整理したりするための視点である。まず、六つの視点のカードを黒板に掲示し、児童に観点をもたせながら、自分でつくった問題の言葉や数字（以下、情報とする）を選択させ、その情報から分かる内容や意味、そして式をかいていく。児童の考えを尊重し、順番にかかせるのではなくかきやすいところからかかせるようにする。算数マップの内容については、全体で発表させて共有させる。少しでも問題の解決につながる内容であれば、児童を褒めながら進めるようにする。また、自分の考えを発表させて全体で共有することで、自分の考えを整理し深めたり、自分や友達の考えのよさにも気付いたりすることができる。また、筋道を立てて考え、自分の考えに根拠をもって取り組めるようになると思う。これは、次項で説明するイの活動につながる。

イ 算数マップを問題づくりに生かす活動

図1の算数マップを問題づくりに生かす活動は、アの活動を基に、自力解決や練り合い、まとめへと生かされ、更に次時への問題づくりへと発展していく活動である。自力解決では、試行錯誤しながら取り組んでみたり、練り合いにおいて全体で自他の考えを比較・検討したりすることに重点を置く。また、それぞれの考えの共通点や相違点を考えさせ、短い言葉でまとめたり、考え方に名前を付けたりしながら全体で整理する。まとめの段階では、授業において分かったこと、友達のよいところ、もっとやってみいたいこと、がんばったこと、思ったことなど、感想も含めてかかせ、児童自身に自分で学習の整理をさせる。この算数マップを問題づくりに生かす活動によって、自分や友達の数学的な考え方のよさに気づき、思考力や表現力を高めながら、次時の問題づくりに生かされていくものとする。

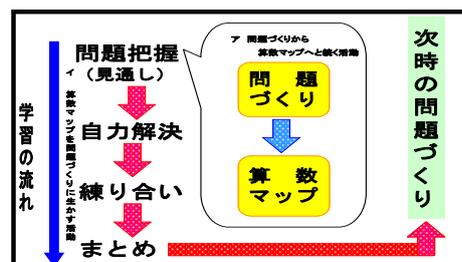


図1 授業における位置付け

3 検証方法

問題づくりと算数マップを関連付けた活動について、授業中の児童の発言やノートの内容及び事前・事後における意識調査の比較分析を実施する。

4 検証授業の実際

(1) 第1時 統一型問題づくりと算数マップを関連付けた活動

ア 問題づくりから算数マップへと続く活動を設定したことの検証

①いちごが34こありました。②9こもらいました。③あわせて何こになるでしょう。

黒板に34個のいちごを提示し、全体で問題の情景を共有した。「おさらに、いちごが34個あります」「スーパーでいちごを34個買ってきました」「となりから34個もらってきました」などのいろいろな考えを出させた上で、「いちごが34個ありました」と全体で確認し、ノートに記述させた。次に、9個のいちごを提示し、「9個もらいました」「9個買ってきました」などの考えを共有させながら、問題を全体で確認した。問題づくりを終えた後、ノートに5分程度で算数マップに取り組みせ、児童が考えた内容を取り上げて全体で共有した。ほとんどの児童が、六つの視点に応じて問題を整理していた。まとめの感想の中に、「いろいろな考えがあることが分かった」「はじめにみんなで問題をつくったので、頭にすぐ入ってきた。簡単だった」などと問題づくりから算数マップへと続く活動が問題を解決するのに役立ったという記述が見られた。

#### イ 算数マップを問題づくりに生かす活動を設定したことの検証

アの活動において、方法や結果の見直しでは数図でやりたいという児童が多かったが、テープ図もあるということを知ると、数図でかいた後にテープ図に直している児童が見られた。自力解決において、演算決定の根拠としての問題の構造をしっかり捉え、テープ図や言葉などで表していた。授業中の発表やノートの内容の中に、「たし算とひき算は3つの数で式ができる」「問題には少なくとも2つ数字がないと計算はできない」など、問題の構造を捉えている発言が見られた。また、はじめの数よりも増えていることや全体の数を求めていることなどのたし算になるための条件を確認し、増加の問題づくりのための根拠を明確にし、次時の求残につなげた。

### (2) 第2時 自由型問題づくりと算数マップを関連付けた活動

#### ア 問題づくりから算数マップへと続く活動を設定したことの検証

みかんを用いて求残の問題づくりをさせた。児童は、メロンやいちごなどのいろいろな問題場面を想像しながら「減っている場面だからどれもいい」「昨日はたし算だけど、今日はひき算になると思う」など、第1時と比較しながら求残の問題をつくっていた。全体で求残の問題づくりの根拠について共有をしたところ、「食べました」だけではなく「売りました」「あげました」などから見直しをもって減法の問題の構成を考えていた。児童によって設定した問題場面は異なるが、自分と友達の考えの違いから自分の考えのよさを見直したり友達の考えを見直したりしていた。

#### イ 算数マップを問題づくりに生かす活動を設定したことの検証

アの活動を基にしながら、ひき算であることを確認してから自力解決に入った。児童は、テープ図や数図を用いて根拠を明らかにしながら、部分を求めていること、はじめの数より減っていることなど、ひき算の意味と結び付けて考えていた。練り合いでは、児童が考えを説明する時に使われた言葉や数などから式、テープ図、数図を関連付けて、増加の問題との考え方の違いや似ているところを見つけていた。まとめにおけるノートの記述には、はじめの数より減っているからひき算であること、部分の数を求めているからひき算であることなどの問題の構造を捉えたまとめをしていた。

### (3) 第4時 条件不足型問題づくりと算数マップを関連付けた活動

#### ア 問題づくりから算数マップへと続く活動を設定したことの検証

条件不足型問題づくりの2時間目の求小の問題づくりである。ここでは、「数字」「赤い玉と白い玉の関係(2量の関係)」を教えずに提示し、問題解決するために必要な情報の有無について考えさせた。「式ができない」「白い玉が何個あるのかを知りたい」「白い玉と赤い玉の関係を知りたい」など問題の構造を捉えている発言が見られた。児童は、「数字と関係のことだよ」とノートにも困ったことや必要なことを、前時よりも具体的にまとめていた。また、まとめることができない児童には、発表した児童ではなく他の児童にもう一度説明させたりしながら、「そういうかき方をすればいいのか」、「どっちが多いとか少ないとか分かればいいんだよね」と考えを自分の言葉に置き換えて述べていた。考えの深まりと友達の考えの特徴をまとめている発言が見られた。

#### イ 算数マップを問題づくりに生かす活動を設定したことの検証

アの活動の後に、全員が正しく立式して答えを導いていた。アの活動でまとめることができなかった児童も、自分でかいた図の中に「部分」と「全体」という言葉を入れながら、ノートに考えをまとめていた。「部分が答えの数になっていること」「はじめの数より減っていること」「白い玉を赤い玉に変身させること」など、減法の意味と関連付けながらノートにまとめていた。感想には、「問題を解決する時に、テープ図を使うと全体か部分かすぐ分かるので使ってみよう」という記述も見られ、自分の考えを説明するための方法として線分図の有効性を確認したり数学的な考え方のよさを表現しようとしたりすることが確認された。

(4) 第7時 間違いさがし型問題づくりと算数マップを関連付けた活動

ア 問題づくりから算数マップへと続く活動を設定したことの検証

①お金が89円あります。②何円かつかいました。(数字なし) ③のこりは64円になりました。

問題の場面を絵と言葉で児童に提示する。全体で考えを共有する際、「残りの数がおかしい」と話していた児童に「どういうことか」と聞くと、「使った後にはじめの数より多くはならないから残りの数がおかしい」と考えを整理してから言い直していた。「部分の数をきいているからひき算」「とれば分かる」「はじめの数よりは多くはならない」と既習事項を生かして、根拠をもって必要な情報を取り出して数量関係について表現していた。

イ 算数マップを問題づくりに生かす活動を設定したことの検証

アの活動で理解していなかった児童が、自力解決や練り合いにおいて算数マップを生かす活動を設定したことで、数図やテープ図に結び付けて問題の構造を読み取り、数学的な考え方のよさである全体と部分の数量関係を導き出していた。練り合いにおいては、「ひき算でもたし算でもテープ図にかくと同じになる」という意見が出されるなど、加減の相互関係を理解する発言が多数見られた。また「最初の問題で数字を変えない時はどうするか」と聞くと「使うをもらうにすればいい」と答えるなど問題の違いまで指摘できる表現力が高まった。

5 考察

(1) 問題づくりから算数マップへと続く活動

図2は、数学的な考え方の手だての変容を表したものである。数図に変化が見られないのは、既習事項を生かして問題解決をしようとする児童の存在を表している。低位の児童ほど自信がないためか、テープ図をかけても数図にこだわっていることが分かる。

数図からテープ図をかいている児童は、第4時から減少し、第7時になると0人となった。これは、数図からテープ図と段階を経てかいていた児童が、第7時になるとはじめからテープ図でかけるようになったことを示している。

問題から必要な情報を取り出し、その情報を基に数量関係を言葉や数、式、図などでかき表すことができるようになり、根拠をもって自分の考えを表現できるようになったと考えられる。

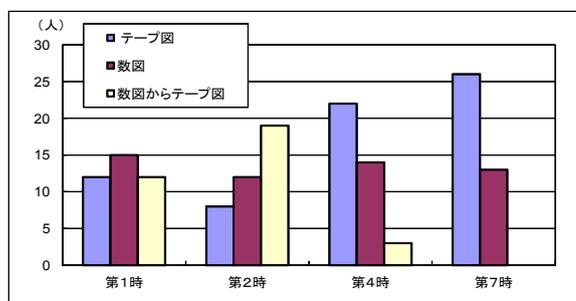


図2 数学的な考え方の手だての変容

(2) 算数マップを問題づくりに生かしていく活動

・算数に対する意識調査より

図3は、思考力及び数学的な考え方と技能の表現力についての単元の事前事後の意識調査の結果である。技能の表現力については、「いろいろな方法でノートに式や図をかくことができたか」という視点から調査した。その結果、「とても当てはまる」が6割から8割に増えている。思考力については、「問題づくりと算数マップの関連が問題を解決する時に役立つか」という視点から調査した結果、7割から9割へと変化が見られた。考え方の表現力については、「いろいろな考えを聞きながら解決していくことができたか」という視点から調査した。

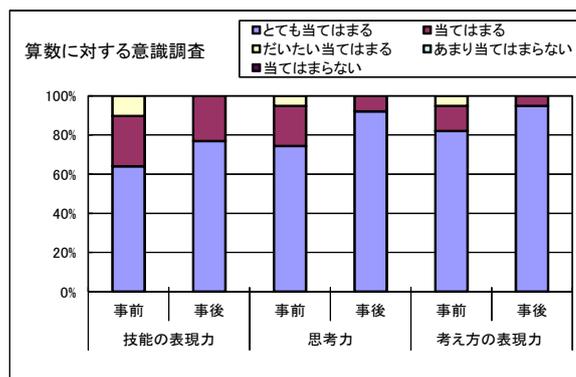


図3 算数に対する意識調査

その結果、8割からほぼ10割に近い値となり、自分の考えを発表したりノートにまとめたりすることができるようになったことが分かる。自由記述からは、ほとんどの児童が友達と学習することを楽しいと感じており、自分もやればできるという意欲につながっている内容も多数見られた。

・まとめについて

図4は、まとめにおけるノートの「分かったこと」に関する記述から分析した内容である。第1時では加法の意味に基づいた記述、第2時では減法の意味に基づいた記述、第4時では置き換えを伴った減法の意味に基づいた記述、第7時では加減の相互関係に関する記述が見られた児童数の変容である。第7時を見ると数学的な考え方のよさを示すキーワードである「全体が答えになっているから足し算である」「部

分が答えになっている引き算である」等の記述内容がほとんどの児童のノートに見られるようになったことがわかる。

また、まとめにおけるノートの感想には、「問題の中の数が全体なのか部分なのかが一目で分かるから」「たし算かひき算かが、テープ図だとすぐ分かる」「テープ図だと分かりやすいので今度はテープ図を使って発表したい」などという数学的な思考力

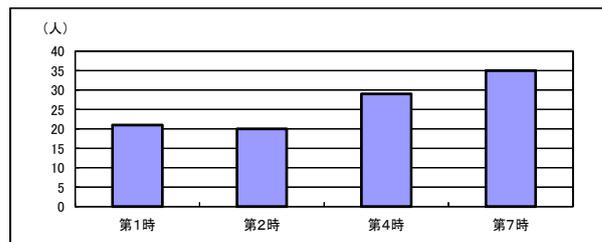


図4 まとめから見える変容

・表現力につながる記述が多数見られた。これは、自分と友達の方法や結果の見通しの違いなどについて考え、数量関係が把握できるテープ図のよさに気付いた内容である。また、「自分の考えを友達が分かってくれたり、自分が分からないことがだんだん分かったりしていく時がうれしい」という表現力に関する内容や、「問題づくりで問題の意味が分かって、算数マップで一度落ち着いて考えられるからいい」という、問題づくりと算数マップを関連付けた活動が児童に効果的に働いていたことも分かる。

## V 研究のまとめ

### 1 問題づくりから算数マップへと続く活動を設定したこと

- ・提示された絵や半具体物などから児童が問題の場面をイメージし自分の言葉で問題をつくることで問題を理解しやすくなったことが分かる。また、問題づくりを統一型・自由型・条件不足型・間違いさがし型に分け、段階的に取り入れたことによって、解決のために必要な情報を的確に捉え、問題の構造を把握する力が育った。
- ・六つの視点に沿って問題の情報を選択し、吹き出しにまとめていくことで問題の構造を明らかにし、演算決定の根拠を筋道立てて考え、言葉や数、式、図などを用いて説明するという表現する力が育った。特に、自分の考えをテープ図で表そうとする児童が増えた。
- ・問題づくりから算数マップへと続く活動は、問題の情報を整理することで、自分の考えの根拠を言葉や数、式、図などを使って分かりやすく表現し、問題の情報に合った演算決定ができるようになり、思考力を高めるとともに、技能の表現力も高めることができた。

### 2 算数マップを問題づくりに生かす活動を設定したこと

算数マップを問題づくりに生かす活動は、特に困ったことや必要なことを吹き出しにまとめることで、問題に必要な情報は何かを考え、見通しをもって問題づくりをし、その根拠を説明することができるようになり、数学的な考え方の表現力を高めることができた。

## VI 本研究における課題

問題と言葉や数、式、図（テープ図や数図など）などが対応しない児童もいるので、よりきめ細かな指導が必要である。

### <引用文献>

文部科学省 2008 『小学校学習指導要領（平成20年3月告示）』，p.43

小島宏 2008 『算数科の思考力・表現力・活用力—新しい学習指導要領の実現』，p.53，文溪堂

### <参考文献>

片桐重男 2010 『算数のキーワードと高次の学力を育てる指導』 明治図書

片桐重男 2004 『数学的な考え方の具体化と指導』 明治図書

亀岡正睦 2009 『算数科：言語力・表現力を育てる「ふきだし法」の実践 算数的活動と思考過程記述のアイデア』 明治図書

小島宏 2008 『算数科の思考力・表現力・活用力—新しい学習指導要領の実現』 文溪堂

澤田利夫 1995 『問題づくりの授業 中学校数学科〔課題学習〕』 東洋館出版社

文部科学省 2008 『小学校学習指導要領解説 算数編（平成20年8月）』