

小学校 算数

数学的な思考力を育成するための指導法の研究

－除法の筆算の学習において、計算の仕方を実感的に理解する活動を通して－

八戸市立吹上小学校 教諭 小坂 一博

要 旨

本研究は、除法の筆算の学習において、数学的な思考力を育成するための指導法について、実践を通して明らかにしたものである。見通しをもって確かめたり、根拠を明らかにしながら考えたりすることが苦手な児童に対し、商の見当を付けたり、具体的に操作したことを図に表し、図を基に除法の筆算の仕方をふきだしにまとめたりする計算の仕方を実感的に理解する活動を取り入れた。その結果、児童は見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりできるようになった。

キーワード：小学校 算数 除法の筆算 数学的な思考力 実感的に理解する活動

I 主題設定の理由

小学校学習指導要領（平成20年3月告示）算数の目標の中には、「日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てる」と示されている。見通しをもつことは、問題の解決を適切にまた合理的に進めていく上で重要なものである。また、問題解決の方法や結果が正しいことをきちんと示すためには、筋道を立てて考えることが求められる。それは、根拠を明らかにしながら一步步進めていくという考え方である。つまり、問題を解決したり、判断したり、推論したりする過程において、見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする力を高めていくことが、重要なねらいとして示されているのである。

それに対して、学級の児童の実態は、板書したことはしっかりとノートに書き写したり、計算の結果や問題の答えを張り切って発表したりすることはできる。しかし、問題を解くためにどうしてそのように考えたのか、何を基にしてそのように考えたのかを発問すると途端に元気がなくなる。つまり、答えを導くことはできても、見通しをもって考えたり、根拠を明らかにしながら考えたりすることに苦手意識をもっているといえる。

そこで、除法の筆算の学習において、見通しをもって具体的な操作活動を進めることができるように、商の見当を付ける活動を取り入れる。また、考えた根拠を明らかに示すことができるように、具体的な操作活動を順序よく図に表し、図を基に除法の筆算の仕方をふきだしにまとめる活動を取り入れる。これらの活動を取り入れることで、児童は除法の計算の仕方を主体的に考え、除法の意味と計算の仕方を実感的に理解できるようになると考えた。このような計算の仕方を実感的に理解する活動を通して、児童の見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする数学的な思考力が育成できると考え、本主題を設定した。

II 研究のねらい

除法の筆算の学習において、商の見当を付ける活動や具体的な操作活動を除法の筆算の仕方と結び付ける活動を取り入れることにより、児童は、計算の仕方を実感的に理解できるようになる。これらの計算の仕方を実感的に理解する活動を通して、児童の見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする数学的な思考力が育成されることを実践を通して明らかにする。

III 研究仮説

除法の筆算の学習において、商の見当を付ける活動や具体的な操作活動を除法の筆算の仕方と結び付ける活動を取り入れることにより、児童は計算の仕方を実感的に理解できるようになり、見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする数学的な思考力が育成されるであろう。

IV 研究の実際とその考察

1 研究における基本的な考え方

(1) 実感的に理解する活動について

小学校学習指導要領解説算数編（平成20年8月）の中に、「最近までの国内での教育課程実施状況調査や国際的な学力調査の結果分析によると、計算などの技能の定着については低下傾向は見られないが、計算の意味を理解することなどに課題が見られ」とあり、そうした点を改善するために「数量や図形の意味を理解する上で基盤となる素地的な学習活動を取り入れて、数量や図形の意味を実感的に理解できるようにすること」が重要であると示されている。

特に、「数と計算」の領域では、「計算の意味を理解すること、計算の仕方を考えること、計算に習熟し活用することの三者をしっかりと指導することを一層重視する」と示されている。このように、素地的な学習活動を取り入れて、計算の意味や計算の仕方を実感的に理解することが重視されている。

これらのことから、実感的に理解する活動を、数量や図形の意味を経験を伴ってとらえたり根拠を基に考えを進めたりするための基盤となる素地的な学習活動ととらえた。除数が1位数の等分除や包含除の場面は、日常生活場面にもあり想起しやすいが、本研究で取り上げる除数が2位数の場面は、児童にとってあまり経験がなく抵抗感があると思われる。そのため、児童は除法の計算の意味や計算の仕方がとらえにくいものと考えられる。つまり、児童が除数が2位数の除法の意味をとらえやすく、また、計算の仕方を考えやすくなるように、実感的に理解する活動を工夫して取り入れることが必要であると考えた。

そこで、本研究では、除法の計算の仕方を実感的に理解する活動を表1のようにとらえることにした。表1の②と③を商の見当を付ける活動、④と⑤を具体的な操作活動を除法の筆算の仕方と結び付ける活動と考え、これら二つの手だての有効性について研究することにした。

表1 本研究における除法の計算の仕方を実感的に理解する活動

- | |
|--|
| ① 筆算を書く。 |
| ② 切り捨てによる方法で商の見当を付ける。 |
| ③ 数え棒を用い、具体的に操作をして商を確かめる。 |
| ④ 操作したことを一つ一つ順序よく図に表す。 |
| ⑤ ④の図を基に除法の筆算の仕方をふきだしにまとめて書く。 |
| ⑥ ふきだしを書いた順番に番号を付ける。 |
| ⑦ 自分の考えを発表したり、友達のことを聞いて、筆算の仕方をまとめる。 |
| ⑧ 友達の発表を聞いて、自分のふきだしに足りない説明は、色ペンで付け加える。 |

(2) 数学的な思考力について

中央教育審議会の答申（平成20年1月）に示された算数科改訂の基本方針には、「数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである」とあり、また、そのために「特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する」と示されている。

これらのことから、数学的な思考力を、見通しをもって、既習内容を基に確かにそうだといえる前提を一つ一つ積み重ねながら筋道を立てて考えたり、言葉や数、式、図、表、グラフなどに表しながら考えたり、表現したりする力ととらえた。

そこで、本研究では、児童が見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりできるようになることを、数学的な思考力ととらえ、その育成のために、(1)に示した計算の仕方を実感的に理解する活動の有効性について明らかにする。

2 研究内容

(1) 商の見当を付ける活動の工夫について

小学校学習指導要領解説算数編（平成20年8月）の中に、見通しをもつことは、「問題の解決を適切にまた合理的に進めていく上で重要なものである」と示されている。

そこで、本研究では、表1の②と③を商の見当を付ける活動と位置付ける。商の見当を付ける活動を工夫することにより、見通しをもって具体的な操作活動を進めることができ除数が2位数の計算の意味と計算の仕方を実感的に理解することができると考えた。

$96 \div 32$
↓
$90 \div 30$
↓
$9 \div 3$

図1

商の見当を付ける活動については、切り捨てによる方法で指導することにした。切り捨てによる方法とは、被除数と除数の一の位を切り捨てて仮商の見当付けを行う方法である。例えば、 $96 \div 32$ の場合、図1

のように96を90，32を30と見て， $90 \div 30$ を除法の計算のきまりから $9 \div 3$ ととらえて，商の見当付けをさせる。被除数が3位数となる $175 \div 35$ の計算では，175を170，35を30と見て， $170 \div 30$ と考え， $17 \div 3$ から商を5と見当付けをさせる。

切り捨てによる方法で指導することにしたのは，次の二つの理由からである。一つ目の理由は，切り捨てによる方法で立てた仮商は，仮商の修正が必要な計算の場合に，真商より大きすぎることはあっても，小さすぎることはないので，仮商を修正する際は，常に1ずつ小さくしていけば必ず真商にたどりつき，商の見当が付けやすいからである。二つ目の理由は，具体的な操作活動と商の見当付けが結び付けやすいからである。例えば，実際に96円を32円ずつに分ける操作活動では，四捨五入による方法では，100円を30円ずつに分ける操作をすることになるが，実際には，96円は10円玉が9個で90円しかないのので，具体的な操作活動と合わなくなり，児童が混乱してしまうからである。

実際の授業では，文章題から言葉の式に当てはめて立式し，筆算の形式に表した。ここで，筆算をする前に切り捨てによる方法で商の見当付けを行い，見当付けた商が正しいのかを具体的な操作活動をして確かめる。その際に商の見当付けを基に操作活動をすることで，除数が2位数の除法の計算の意味と計算の仕方を実感的に理解できると考えた。

(2) 具体的な操作活動を除法の筆算の仕方と結び付ける活動の工夫について

小学校学習指導要領解説算数編（平成20年8月）の中に，「ここでは，計算の手順を形式的に指導すると，児童にとっては理解が困難となる。指導に当たっては，計算の各段階の意味を十分に理解できるようにする必要がある」と示されている。

そこで，本研究では，計算の各段階の意味を十分に理解できるようにするために，表1の④と⑤の活動を，具体的な操作活動を除法の筆算の仕方と結び付ける活動として取り入れた。④の活動は，具体的な操作活動を図に表す活動と考えた。計算の場面をイメージしやすいように数え棒を用いるとともに，どのような手順で操作したのか後で振り返りができるように，一つ一つの操作を順序よく図に表すことにした。また，⑤の活動は，図を基に除法の筆算の仕方をふきだしにまとめる活動と考えた。操作を順序よく表した図を基にして除法の筆算の仕方を考え，具体的な操作活動を除法の筆算の仕方と結び付けて考えられるようにした。このように，除法の筆算の仕方を考えるときに，まず，具体的な操作活動が想起され，操作を順序よく表した図を基に根拠を考える。次に，操作の中で除法の筆算の仕方に結びつく言葉を計算の手順や筆算の各段階の計算の仕方を表す言葉としてふきだしにまとめる。このような活動ができるようになれば，除法の計算の仕方を実感的に理解できると考えた。

3 授業の実際と考察

(1) 商の見当を付ける活動の工夫について

商の見当を付ける活動は，計算の前に位置付けて，切り捨ての方法を用いることで，具体的な操作活動と結び付きやすいように工夫した。実際に，計算の前に位置付けたり，切り捨ての方法を用いたりしたことが有効であったのかを，次のア，イの観点から検証した。

ア 計算の前に商の見当を付けることができたのか

表2は，商の見当付けの立式とその計算ができたのかをノートを基に検証した結果である。 $96 \div 32$ の計算では，29人（88%）の児童が商の見当付けの立式ができ，28人（85%）の児童が商の見当付けの計算ができた。 $96 \div 24$ と $175 \div 35$ も同様に，30人（91%），31人（94%）とほとんどの児童が商の見当付けの立式ができ，学習を進めるうちに商の見当付けの計算ができるようになったことが分かる。

表2 商の見当付けの立式と計算ができた人数（人）

	商の見当付けの 立式ができた	商の見当付けの 計算ができた	できな かった
$96 \div 32$	29	28	5
$96 \div 24$	30	30	3
$175 \div 35$	31	31	2

（※調査人数は，33人）

イ 切り捨てによる方法で商の見当付けをしたことが，具体的な操作活動に結び付いたのか

商の見当を付けたことが具体的な操作活動に結び付いたのかを，児童のノートを基に検証した。授業では具体的な操作活動に取り組む前に，商の見当が幾つになるのかを学級全体で確認した。また，具体的に操作したことを明確にするために，自分が操作したことを図（表1④の活動）で表させるようにした。表3は，各学習における児童の操作活動の様子を表したものである。

表3 各学習における児童の操作活動の様子（人）

	商の見当付け を基に操作し た図をかいいた	商の見当付け を意識せずに 図をかいいた	操作した図 をかけなか った
$96 \div 32$	23	8	2
$96 \div 24$	23	7	3
$175 \div 35$	27	5	1

「商の見当付けを基に操作した図をかいた」とは、商の見当付けを基に、例えば、 $96 \div 32$ なら商の見当付けの3を意識して32本ずつ三つのかたまりに分けたことが分かる図をかいたということである。

「商の見当付けを意識せずに操作した図をかいた」とは、操作を表した図の中に、見当付けた商が意識されていない。除数ずつに分ける操作が見られない図をかいたということである。

「操作した図をかけなかった」とは、操作が途中までしか書かれていなかったということである。

図2と図3は、「商を基に操作した図をかいた」児童のノートである。図2は、 $96 \div 32$ の様子が表れている。図内の一番上にかいている96本の数え棒が一度の操作ごとに、32本ずつ順に分けられ、32本ずつ三つのかたまりに分けたことが分かる。図3は、 $96 \div 24$ の様子で同様に除数ずつに、商の見当分に分けたことが分かる。図2のように表した児童は、23人(70%)、図3も同様に23人(70%)いた。図2や図3のように表した児童の中には、途中の分け方に間違っている箇所(例えば32本ずつが1箇所31本ずつになっていて書き忘れと思われるもの)が見られるが、最終的には、商の見当付けにきちんと合わせて分けた様子を表した児童の各6人(18%)も含まれる。これは、やはり商の見当付けが意識されていた結果だと考えることができる。

それに対して、図4は、除数の32を意識せずに分けていて「商の見当付けを意識せずに操作した図をかいた」児童のノートである。しかし、よく見ると、十の束も一のバラも三つずつに分けていることが分かる。分け方はおかしいが、見当を付けた商の3はどこかで意識されていたと考えることができる。このように表した児童は3人(9%)いた。

ほとんどの児童は、切り捨てによる方法で見当付けた商を基に具体的な操作をしている様子が見られた。また、数え棒を同じ数ずつ商の見当分に分ける操作ができるようになった児童も増えていた。

(2) 具体的な操作活動を除法の筆算の仕方と結び付ける活動の工夫について

具体的な操作活動を除法の筆算の仕方と結び付ける活動は、具体的な操作活動を図に表すことや図を基に除法の筆算の仕方をふきだしにまとめることで、計算の各段階の意味を十分に理解できるように工夫した。実際に、具体的な操作活動を図に表すことや図を基に除法の筆算の仕方をふきだしにまとめることが有効であったのかを、次のア、イの観点から検証した。

ア 具体的な操作活動を図に表すことができたのか

具体的な操作活動の場面においては、計算の仕方をイメージしやすいように数え棒を用いるとともにどのような手順で操作したのか後で振り返りができるように、一つ一つの操作を順序よく図に表すことにした。具体的な操作活動を図に表すことができたのかを児童のノートを基に検証した。具体的な操作活動を図に表すことができた児童の人数を示したものが前述の表3である。

図5と図6は、「商の見当付けを基に操作した図をかいた」児童のノートである。図5は、 $96 \div 32$ の96を32ずつ分けていく様子が表れている。図6は、 $175 \div 35$ の175を35ずつ分けていく様子が表れている。図5も図6も商の見当付けが意識され、図内の一番上にかいてあるはじめにあった数量を順に分けていく様子が表れている。

また、図5は、余りがないことを意識し、すべてちょうどよく分けられ、割り切れる様子が再現されている。図6

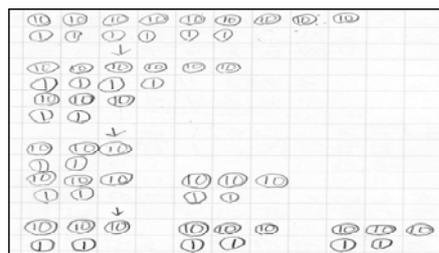


図2 $96 \div 32$ の操作の様子①

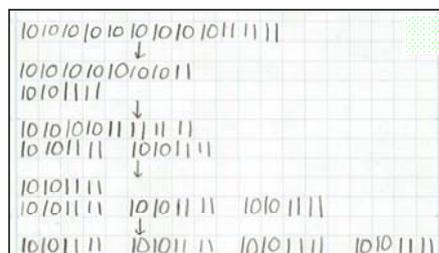


図3 $96 \div 24$ の操作の様子

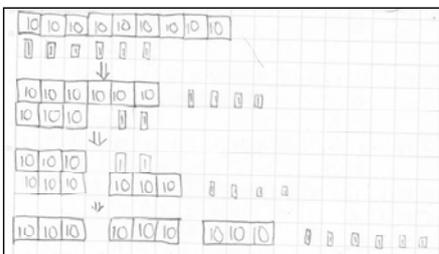


図4 $96 \div 32$ の操作の様子②

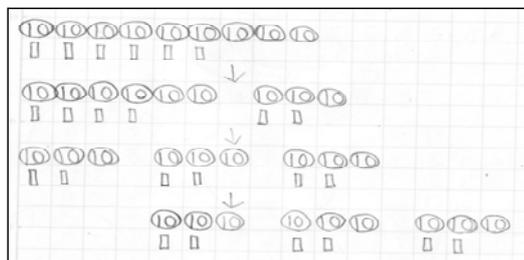


図5 余りがない操作の様子

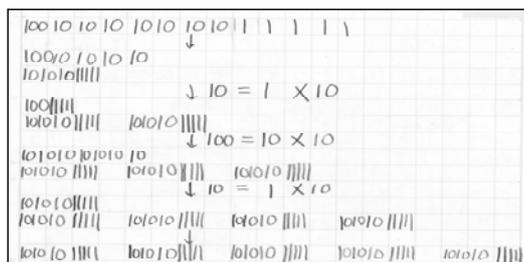


図6 束をバラにした操作の様子

は、これ以上分けられないときに、十の束をバラにする活動を行った様子が再現されている。

これらのことから、具体的な操作活動の場面で数え棒を用いたことにより、余りがなく分ける活動やこれ以上分けられないときに十や百の束をバラにしてから分ける活動が容易に行われ、それらの活動が順序よく図に結び付いたことが分かる。

イ 図を基に除法の筆算の仕方をふきだしにまとめることができたのか

具体的な操作活動を除法の筆算の仕方と結び付けて考えられるようになったのかを、ふきだしの内容を分類することで検証した。

図7は、学習内容ごとにふきだしを書いた人数を表したグラフである。図7より、学習を重ねるごとにふきだしに筆算の仕方をどのように考えたのかを書くことができるようになった児童が20人(60%)、23人(70%)、28人(85%)と徐々に増えていることが分かる。3位数÷2位数の学習で商が2桁の筆算のときに人数が減ったのは、商が1桁から2桁になり抵抗感があったためと考えられる。しかし、半数以上の児童はふきだしに記述しながら、計算の仕方を考えることができたこととらえることができる。

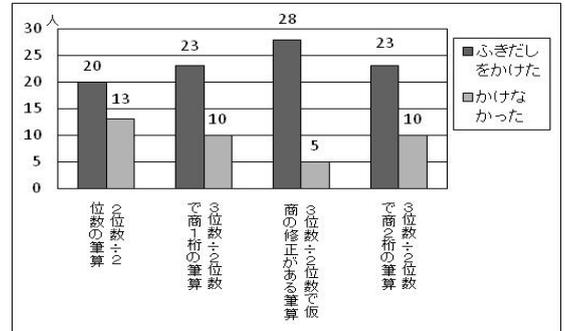


図7 学習内容ごとにふきだしを書いた人数(人)

表4は、筆算の仕方を考えたときに付けたふきだしの記述を「操作を表す言葉」と「筆算の手順を表す言葉」の二つの観点から分類したものである。

表4 学習内容ごとに記述したふきだしの分類(人)

学習内容	操作を表す言葉	筆算の手順を表す言葉
2位数÷2位数の筆算	3	7
3位数÷2位数で商が1桁の筆算	15	16
3位数÷2位数で商が1桁で仮商の修正がある筆算	15	17
3位数÷2位数で商が2桁の筆算	5	11

「操作を表す言葉」とは「3人に分けられたので」「32本のかたまりが三つあるから」「ちょうど分けられたので」などの操作したことを根拠として筆算の仕方を表している言葉である。図8の96÷32の筆算には、児童がふきだしに書いた「操作を表す言葉」が見られる。

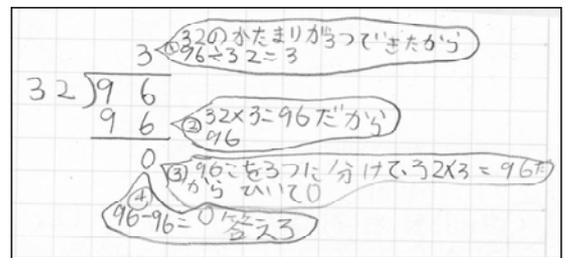


図8 96÷32の筆算で児童が書いたふきだし

「筆算の手順を表す言葉」とは「立てる」「かける」「ひく」「おろす」の既習の除数が1位数の除法の学習のときに出てきた言葉である。図9の175÷35の筆算には、児童がふきだしに書いた「筆算の手順を表す言葉」が見られる。

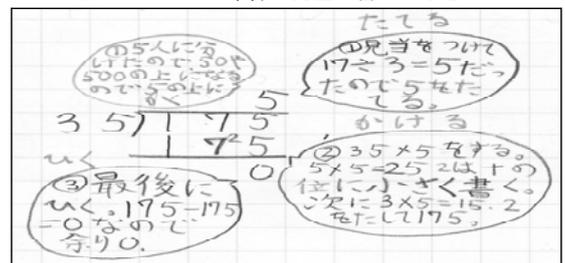


図9 175÷35の筆算で児童が書いたふきだし

表4から分かるように、学習を進めるうちに、ふきだしに具体的な操作活動を表す言葉を書いている児童が3人(9%)、15人(45%)、15人(45%)と増えていることが分かる。

また、「立てる」「かける」「ひく」「おろす」などの筆算の手順を表す言葉を含むふきだしを書いた児童も7人(21%)、16人(48%)、17人(52%)と増えたことが分かる。3位数÷2位数で商が2桁の筆算の学習のときに、操作を表す言葉と筆算の手順を表す言葉のどちらも書いた児童の人数が減っているのは、ふきだしを書けない児童が増えたことと同様な理由が考えられる。

このようなことから、具体的な操作活動を順序よく表した図を基にして、除法の筆算の仕方を考えたり、既習の除法の筆算の仕方を表す、「立てる」「かける」「ひく」「おろす」の言葉と結び付けて除法の筆算の仕方をふきだしにまとめたりすることができたと考えられる。

4 児童の算数の学習に対する意識の変容

児童の算数の学習に対する意識調査を6月と11月に実施した。6月は除数が1位数の除法の筆算を学習した後で、11月は除数が2位数の除法の筆算を学習した後である。図10は、その中でも特に変容が見られた項目を比較してグラフに表した。特に変容が見られた項目は、「公式やきまりを習うときにそのわけを

理解するようにしている」「問題の解き方や考え方が分かるようにノートに書いている」という項目についてだった。どちらの調査項目も「どちらかといえば当てはまらない」や「当てはまらない」を選んだ児童が減り、「当てはまる」を選んだ児童は、前者の項目は4人（12%）から21人（64%）、後者の項目は12人（36%）から20人（61%）に増えた。

このような結果は、具体的な操作活動をしたり、具体的な操作活動を順序よく表した図を基に根拠を明らかにして、除法の筆算の仕方をふきだしにまとめたりしたことや、色ペンを使って修正を加えたりするなどの、本研究の手だてが、児童の意識を変容させることにつながったものと考えられる。

このように、商の見当を付ける活動や具体的な操作活動の様子を図に表したり、図を基に除法の筆算の仕方をふきだしにまとめたりする活動が児童の算数の学習に対する意識にも良い影響を与えていたことが分かる。数学的な思考力を支える数学的な態度の育成が図られてきたと考えることができる。

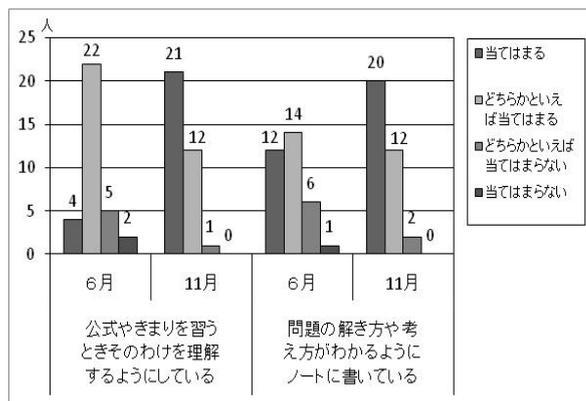


図10 算数の学習に対する意識調査の結果

V 研究のまとめ

1 商の見当を付ける活動の工夫について

商の見当を付ける活動を工夫したことにより、多くの児童は、商の見当付けができた。また、商の見当付けを基に、数え棒を同じ数ずつ商の見当分に分けられた。

2 具体的な操作活動を除法の筆算の仕方と結び付ける活動の工夫について

(1) 具体的な操作活動を図に表す活動の工夫について

数え棒を用いたことにより、余りがなく分ける活動や、十や百の束をバラにしてから分ける活動が容易に行われ、それらの活動を順序よく図に表すことができた。

(2) 図を基に除法の筆算の仕方をふきだしにまとめる活動の工夫について

具体的な操作活動を順序よく表した図を基にして、除法の筆算の仕方を考えたり、既習の除法の筆算の仕方を表す、「立てる」「かける」「ひく」「おろす」の言葉と結び付けて除法の筆算の仕方をふきだしにまとめたりすることができた。

1、2より、計算の仕方を実感的に理解する活動を通して、見通しをもち筋道を立てて考えたり表現したりする数学的な思考力を育成することができた。

VI 本研究における課題

見当付けた商が2桁になったとき、商の見当付けを筆算の仕方と結び付けるための具体的な手だてが課題となった。

<引用文献>

文部科学省 2008 『小学校学習指導要領解説 算数編』, pp. 3-4, p. 6, pp. 20-21, p. 116

<参考文献>

坪田耕三 2009 「基礎・基本の考え方(36)－二桁の数で割るわり算－」『指導と評価2009年6月号』

日本図書文化協会 日本教育評価協会

増田吉史 2009 「計算の見積もりを生かして、計算の仕方を考える授業の移行期のポイント」『新しい算数研究5月号(通巻460号)』 東洋館出版社

長嶋清 2009 「計算の見積もりは、筋道を立てて論理的に考える力を育てる」『新しい算数研究5月号(通巻460号)』 東洋館出版社