

小学校 算数

数と計算の領域において、筋道を立てて考える力を育成する指導法の工夫

ー思考過程を分類し段階的に整理する活動を通してー

外ヶ浜町立三厩小学校 教諭 佐藤 智仁

要 旨

数と計算の領域において、筋道を立てて考える力を育成するために、思考過程に着目した。正答群だけでなくつまずき群の考え方にも焦点を当てながら、思考過程を分類し段階的に整理することで、問題解決の根拠やつまずきの原因を明らかにするとともに、数学的な考え方のよさに気付かせ、筋道を立てて考える力を育成することができた。

キーワード：小学校 算数 筋道を立てて考える力 思考過程 段階的 数学的な考え方

I 主題設定の理由

小学校学習指導要領（平成20年3月告示）算数の目標の一つに、「日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する力を育てる」と示されている。筋道を立てて考える力を育成するためには、教師が児童の考え方について、根拠を一つずつ明らかにしながら、思考過程を分類し段階的に整理していく必要がある。しかし、自身の指導を振り返ってみると、児童は思考過程よりも結果を重視する傾向が強いと思われる。結果を重視した学習において、つまずきや誤答が見られる児童（以下、つまずき群とする）の考え方は、数学的な考え方のよさに焦点を当てられないまま、正答を導き出した児童（以下、正答群とする）の考え方に埋もれてしまう。

結果重視の背景について、古藤は「「解ける」という点では同等の価値のあるものがつぶされたり、教師の意図に合った、都合のよいものだけがとり上げられ、他の解法はとり上げられない（生かされない）ままとなったりする」ことを挙げて、「どんな問題でも、その答えが重要なのではなく、その他の類似の問題をも解くことができるようにするために、その解法、つまり、過程（考え得る着想、及びその論理展開のあり方）が重要なのである」と示している（古藤怜，1998）。

そこで、数と計算の領域において、正答群だけでなくつまずき群の考え方にも焦点を当てながら、思考過程を分類し段階的に整理する活動を展開する。これにより、教師が問題解決の根拠とつまずきの原因を明らかにすることを通して、数学的な考え方のよさに気付かせ、筋道を立てて考える力を育成することができるのではないかと考え、本主題を設定した。

II 研究目標

数と計算の領域において、思考過程を分類し段階的に整理していく活動を展開することで、筋道を立てて考える力を育成することができることを実践を通して明らかにする。

III 研究仮説

数と計算の領域において、思考過程を分類し段階的に整理していく活動を展開することで、数学的な考え方のよさに気付かせ、筋道を立てて考える力を育成することができるだろう。

IV 研究の実際とその考察

1 研究における基本的な考え方

(1) 筋道を立てて考えることについて

小学校学習指導要領解説算数編には、筋道を立てて考えるとは、問題解決の方法や結果が正しいことをきちんと示すために、根拠を明らかにしながら、一歩ずつ進めていくことであると示されている。問題解決の方法や結果が正しいことを示すためには、正答群とつまずき群の考え方を表裏一体と捉え、双方に焦点を当てる必要がある。また、上記の解説に「考える能力と表現する能力は互いに補完しあう関係にある」と示されるように、児童に自分の考えを言葉、数、式、図を用いて表現させ、それらを相互に関係付けることにより、筋道を立てて考える力を育成することができると考えた。

(2) 思考過程を分類し段階的に整理する活動について

思考過程を分類し段階的に整理する活動とは、図1に示す学習の流れに沿って、児童の考え方を一つずつ整理していくことである。以下、図1に沿って説明する。

①問題解決の方法と結果について分類する

児童に自力解決をさせている際、思考過程に着目し、問題解決の方法から「図的要素」と「数的要素」、問題解決の結果から「正答群」と「つまずき群」に分けて、児童の考え方を四つの群に分類する。

②正答群の考え方を整理する

互いの考え方を共有する時間を設定し、つまずき群の考え方を整理する基となる正答群の考え方について、図的要素と数的要素を、言葉を介して関係付ける。

③問題解決の根拠とつまずきの原因を明らかにする

互いの考え方を共有する時間の中で、正答群の考え方と比較しながらつまずき群の考え方を整理し、問題解決の根拠とつまずきの原因を明らかにする。

④問題解決に必要な考え方とつまずきを回避する考え方についてまとめる

正答群とつまずき群の考え方を比較する中で整理された、問題解決に必要な考え方とつまずきを回避する考え方についてまとめる。

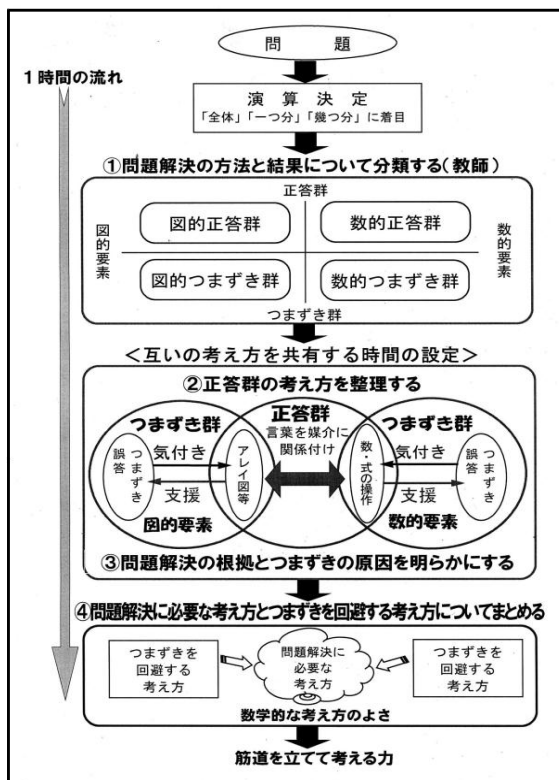


図1 思考過程を分類し段階的に整理する活動

このように、思考過程を分類し段階的に整理する活動を展開していくことにより、問題解決の方法や結果が正しいことについて実感的に理解させ、筋道を立てて考える力を育成することができると考える。

また、以上の学習を進める際には、児童に説明を短く区切らせ、全員が理解したことを確認してから次の説明へ移らせる。その際、教師が児童の思考過程における数学的な考え方のよさを見だし、意図的に取り上げながら学級全体に広めていく（以下、共有とする）。そのことにより、児童に互いの考え方を大切に認める意識をもたせるとともに、筋道を立てて考える力を育成することができると考える。

(3) 数学的な考え方のよさについて

算数の目標から、筋道を立てて考える力と数学的な考え方は密接な関わりをもっていることが分かる。筋道を立てて考えることのよさについて、清水は右記の点を示している。

正答群とつまずき群の考え方を比較・整理し、つまずき群の考え方におけるつまずきの原因を明らかにすることにより、新たな問題解決の方法を導き出すことができるとともに問題解決の根拠がより鮮明になると考える。そこで、本研究では、教師が児童の思考過程における数学的な考え方のよさを見だし児童と共有していくことにより、つまずき群の考え方も大切にする意識をもたせ、結果重視の授業から思考過程重視の授業へと移行することができると考える。

- ア 既習の事柄と新しい事柄との関連を明らかにしてくれる。
- イ 新しい事柄の発見、視野の拡大を可能にしてくれる。
- ウ いろいろな面での無駄を少なくして、思考や労力の節約を可能にしてくれる。
- エ 考えを高める契機を与えてくれる。
- オ 考えを的確に伝えやすくしてくれる。

(清水静海, 2004)

2 研究内容

(1) 思考過程を分類し段階的に整理すること

互いの考え方を共有する時間を設定して、分類した考え方を、言葉を介して相互に関係付ける指導を行う。その際、互いの考え方に対する理解を確認し合いながら進めさせる。また、共通点や相違点に着目して問題解決の根拠やつまずきの原因を一つずつ明らかにすることにより、問題解決に必要な考え方だけでなくつまずきを回避する考え方についても整理することができるとともに、筋道を立てて考える力を育成することができる考えた。

(2) 数学的な考え方のよさに気付かせること

正答群の考え方だけでなく、つまずき群の考え方にも焦点を当て、児童の思考過程における数学的な考え方のよさを教師が意図的に取り上げていく。また、教師が見いだしたよさを児童と共有していくことにより、互いの考え方を大切に意識をもたせるとともに、問題解決の方法は一通りではないという柔軟な見方・考え方が養われて、筋道を立てて考える力を育成することができる考えた。

3 検証方法

- ・事前及び事後に意識調査を実施し、児童の実態がどのように変容したのかを分析する。
- ・授業における発言や児童のノートから、思考過程を分類し段階的に整理する中で見いだした数学的な考え方のよさが、問題解決にどのように生かされているのかを分析する。

4 検証授業の実際

(1) 思考過程を分類し段階的に整理する活動について

ア 図的要素を用いて数的要素を整理する授業

包含除で余りのある除法の意味を理解する

13このあめを1人に3こずつ分けていきます。何人に分けられて、何こあまるでしょう。

問題を提示する際に、日常生活では必ずしも等分できる場面だけではないことを確認した。その上で、「全体」「一つ分」「幾つ分」を表す数と言葉に着目しながら言葉の式に当てはめて立式させた。

図1の①：問題解決の方法と結果について分類する

児童が、「わり算」の学習を想起し、九九とアレイ図、分配法則を基にした計算を用いる三つの方法で問題解決した方法と結果について分類した。

図的要素であるアレイ図を用いた児童と数的要素である九九を用いて考えた児童4名は正答を導き出すことができた。しかし、数的要素を用いた児童に以下のようなつまずきや誤答が見られた。

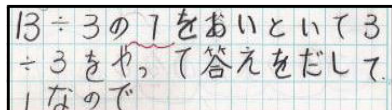


図2 数的つまずき群①

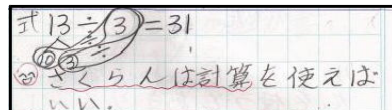


図3 数的つまずき群②

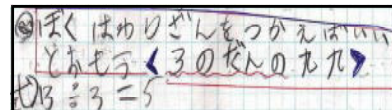


図4 数的つまずき群③

図2の児童は被除数を1と3に分配して考えたが、 $1 \div 3$ ができずに、その後問題解決を進めることができなかった。図3の児童は被除数を10と3に分配したが、それぞれの商である3と1を並べたために誤答となった。図4の児童は九九を活用したが、最後に商と余りを足したために誤答となった。つまずき群の考え方は、被除数の分配の仕方及び商と余りの表し方を確認することで、問題解決につながる考え方となる。そこで、つまずき群の考え方に焦点を当てるために、正答群の考え方を整理することにした。

図1の②：正答群の考え方を整理する

まず、アレイ図を用いた図的正答群の考え方について、式に表した数を基に、図形化した手順を一つずつ確認しながら説明させた。次に、アレイ図から3個ずつのまとまりが四つあることを視覚的に捉えさせた上で、九九を活用した数的正答群の考え方について確認をした。最後に、図的要素と数的要素を関係付けながら、右記のように式に表した数と記号を一つずつ日常の言葉に置き換えさせたことにより、正答群の考え方の共通点を整理した。

13	÷	3	=	4	…	1
㊷	㊸	㊹		㊺		㊻
↓						
㊷13このみかんを						
㊸3こずつ ㊹分けると						
㊺4つのまとまりができて						
㊻1こあまる。						

図1の③：問題解決の根拠とつまずきの原因を明らかにする

数的つまずき群の考え方について、言葉を介して図5～図7のように図形化して正答群の考え方と比較し、相違点から除数の分配の仕方及び商と余りの表し方に関するつまずきの原因を明らかにした。

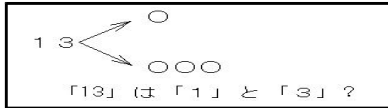


図5 数的つまずき群①

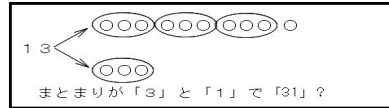


図6 数的つまずき群②

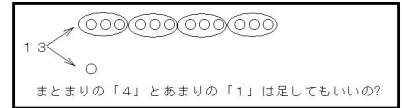


図7 数的つまずき群③

図1の④：問題解決に必要な考え方とつまずきを回避する考え方についてまとめる

以上の段階を経て、問題解決に必要な考え方として、アレイ図及び九九を活用した方法についてまとめた。また、つまずきを回避する考え方として、被除数の分配の仕方及び商と余りの表し方についてまとめた。

イ 数的要素を用いて図的要素を整理する授業

等分除で余りのある除法について理解する

みかん16こを、3人で同じ数ずつ分けます。1人何こになって、何こあまりますか。

児童は「全体」「一つ分」「幾つ分」を表す数を見付け、言葉の式に当てはめて演算決定を行い、問題解決を行った。

図1の①：問題解決の方法と結果について分類する

児童が問題解決をした方法と結果について分類した。前時までの学習において、児童は九九を活用する方法を身に付けていたため、8名全員が数的正答群であった。しかし、図8にある通り、併用していたアレイ図につまずきや誤答が見られた。

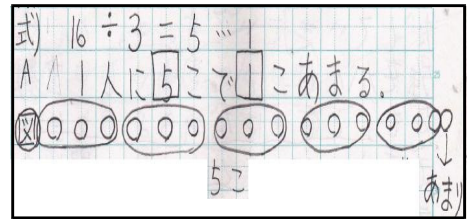


図8 図的つまずき群

図1の②：正答群の考え方を整理する

数的正答群の計算の手順を説明させ、問題解決の方法と結果について整理した。本単元では、計算に自信がない児童には、分配法則を基にした計算を用いてもよいという約束をしていたため、図9の児童の考えも取り上げ、問題解決の結果が正しいということを筋道を立てて説明させた。

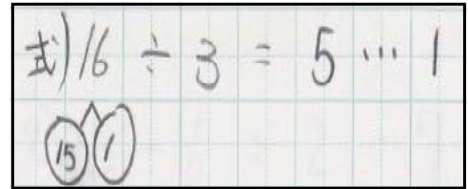


図9 数的正答群

図1の③：問題解決の根拠とつまずきの原因を明らかにする

図的つまずき群のアレイ図と数的正答群の九九で求めた答えを比較し、それぞれ言葉に置き換えさせることによって、結果が異なっていることに気付かせた。その後、具体物を用いて順序よく動作化させ、図10のようなアレイ図を完成させることで図形化する際の手順を確認した。

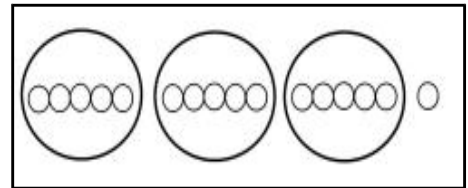


図10 動作化の後のアレイ図

図1の④：問題解決に必要な考え方とつまずきを回避する考え方についてまとめる

以上の段階を経て、正答群とつまずき群の共通点や相違点から、問題解決に必要な考え方として、余りのある等分除の問題でも九九を活用することができることについてまとめた。また、つまずきを回避する考え方として、等分除と包含除の図的操作の違いについてまとめた。

(2) 数学的な考え方のよさに気付かせる活動について

本研究では、特に児童の思考過程における数学的な考え方のよさに着目してきた。以下に教師自身が意識したことを列挙する。

ア 既習の事柄と新しい事柄との関連を明らかにしてくれる考え方について

イ 新しい事柄の発見、視野の拡大を可能にしてくれる考え方について

教材研究の際に、言葉の式を活用した立式や、アレイ図、九九、分配法則を基にした計算を活用した方法が本単元でも使えるということを教師自身が確かめて明らかにし、それらを用いた考え方に焦点を当てた。また、つまずき群の考え方にも焦点を当て、思考過程に沿ってつまずきの原因を明らかにして一つずつ取り除き、正答を導く考え方につなげていくことで、既習事項との関連を明らかにして、問題解決の方法における視野の拡大を図った。

ウ いろいろな面での無駄を少なくして、思考や労力の節約を可能にしてくれる考え方について

余りのある除法において、速く・簡単に・正確に計算できる方法として、被除数に一番近い数を見付けて九九を活用するという考え方に焦点を当てた。また、数学的な考え方のよさを実感的に理解させるために、習熟の時間を設け、分配法則を基にした計算を用いて被除数の分配の仕方について確認しながら個別の支援を行ったことで、8名全員にこの考え方のよさを気付かせた。

エ 考えを高める契機を与えてくれる考え方について

分かるとは自分の言葉でしっかりと伝えられることであるという認識をもたせるために、互いの考え方について分かったことをもう一度自分の言葉で説明させた。そのことにより、みんなが分かる授業づくりを進めた。また、教師自身がつまずきや誤答を大切に考え、理解を深める契機を与えてくれるよい考えとして児童と共有していくことにより、数学的な考え方のよさに触れさせた。

オ 考えを的確に伝えやすくしてくれる考え方について

児童相互の考え方における共通点と相違点を明らかにする際に、図的要素と数的要素を、言葉を介して相互に関係付ける指導を行った。そこから、図的要素は数的操作を視覚的に分かりやすくしてくれるもの、数的要素は図的操作を記号化して簡単に表してくれるものという意識付けを図り、説明の際にも意図的に図的要素と数的要素を活用させることで、数学的な考え方のよさに気付かせた。

5 考察

(1) 思考過程を分類し段階的に整理したことについて

児童の算数における楽しさについて調査した。事前と事後の意識調査を比較すると、正答を求めることに対する意識の変容は見られず、8名全員が、正しい結果を出すことに対して楽しさを感じていることが分かった。しかし、図11にある通り、正答を求める方法について考えることに対する意識には変容が見られた。事前の調査では、5名であったのに対して、事後の調査では、8名全員が「結果」だけでなく「方法」について考えることに対して楽しさを感じていることが分かる。この結果から、児童にとって正答を導き出すことは算数を学ぶ上でも大きな意義があることが分かる。また、本研究を通して、思考過程を分類し段階的に整理する活動を展開したことにより、結果だけを重視するのではなく思考過程も大切にすることが高まってきたことが分かる。

本研究では、問題解決の思考過程を整理する際に、分類した考え方を、数、式、図を、言葉を介して相互に関係付けながら、互いに共有してきた。その結果、図12にある通り、図的要素と数的要素を併用しながら問題解決を行う児童が増加している。数的つまずき群に属していた児童は、つまずきの原因を明らかにしてくれた図的要素のよさに気が付き、それを取り入れながら学習内容に対する理解を深めていた。数的正答群に属していた児童は、自分の考え方を分かりやすく説明することができる図的要素のよさに気が付き、その後、図的要素と数的要素を併用して問題解決を行うようになった。第5時において数的要素のみを用いていた児童は、最初、図的要素と数的要素を併用していたが、単元の学習が進むにつれて計算方法が身に付いてきたことに喜びを感じ、数的要素のみを用いた問題解決を行うようになった。これは、数的要素のよさを十分に味わった結果と考えられる。また、つまずきや誤答を整理する中で気付いた新たな方法を基に、余りの大きさが除数よりも小さくなることについて図的要素を用いて指摘する場面も見られ、数、式、図を、言葉を介して相互に関係付けたことにより、筋道を立てて考える力を育成することができたと考える。

児童の意識の変容については、以下に挙げる学習後の感想からもうかがえる。

「はじめは説明をするのがむずかしかったけど、今ではかんぺきにできるようになりました。」
 「あまりが苦手だったけど、みんなの考えで、分けて、わって、合わせるという3つのポイントが分かって、少しずつ計算がはやくできるようになりました。」

以上のように、思考過程を分類し段階的に整理する活動が筋道を立てて考える力を育成することに対して有効であったと考える。

(2) 数学的な考え方のよさに気付かせたことについて

事前・事後の意識調査を比較すると、図13にある通り、互いの考え方から数学的な考え方のよさに対する気が付きが生まれたと答えた児童が増加している。また、「気付いたよさとはどんなことですか」という問いかけに対し、8名中6名が正答群とつまずき群の考え方を比較し、整理する中で気付いたつまずきを回避するための方法について挙げており、つまずき群の考え方に焦点を当

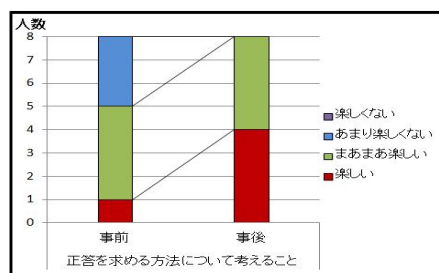


図11 算数に対する意識調査

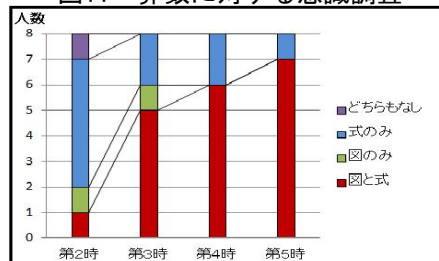


図12 問題解決の手だてについて

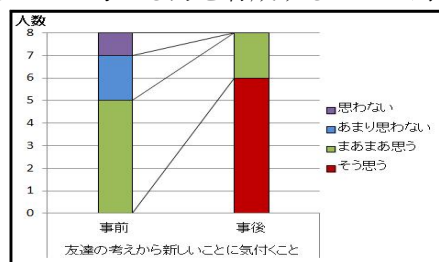


図13 数学的な考え方のよさについて

てることで、問題解決の根拠を明らかにし、筋道を立てて考える力を育成することができたと考える。
数学的な考え方のよさに気付かせてきたことによる意識の変容については、学習後の感想からもうかがえる。

「さいしょはハテナだったけど、かけ算や図が使えることが分かりました。」

「あまりが出て、言葉の式が使えることが分かりました。」

「さいしょは分けて計算するしか知らなかったけど、分けて計算してたすという考え方が分かりました。」

「(前文略)。あと、まちがえることはちょっといいことだと思えることができた。そのわけは、新しいことがまた一つまた一つとつみ上がっていくのが分かったからです。」

「(前文略)ぼくはまちがえたけど、先生がぼくの考え方をほめてくれてうれしかったです。」

V 研究のまとめ

1 思考過程を分類し段階的に整理したこと

思考過程を分類し段階的に整理したことにより、より多くの児童の考え方を基に問題解決の根拠を明らかにすることができた。また、問題解決に必要な考え方だけでなく、つまづきを回避する考え方についても整理され、問題解決の際のポイントを明らかにし、筋道を立てて考える力を育成することができた。

また、互いの考え方を共有する際に、分類した考え方について、数、式、図を、言葉を介して相互に関係付けながら段階的に整理してきたことにより、問題解決に至った方法は違っていても基本的な考え方が同じであることに気付かせることができた。さらに、それらに関係付けたことにより、つまづきの原因も明らかになり、筋道を立てて考える力を育成することができた。

2 数学的な考え方のよさに気付かせたこと

教師が児童の思考過程における数学的な考え方のよさを見だし、児童と共有していくことにより、児童相互の考え方を大切にしながら、それらを用いて問題解決の根拠を明らかにし、学習内容の理解を深めさせることができた。また、問題解決の方法は一通りではないという柔軟な見方・考え方が養われて、筋道を立てて考える力を育成することができた。

以上の結果から、数と計算の領域において、思考過程を分類し段階的に整理していく活動を展開することで、数学的な考え方のよさに気付かせ、筋道を立てて考える力を育成することができたとと言える。

VI 本研究における課題

- ・思考過程を分類し段階的に整理することは有効である。しかし、児童の実態を十分に考慮して、児童に考えさせる場面と教師が分かりやすい言葉にまとめて気付かせる場面を使い分けていく必要がある。
- ・数学的な考え方のよさに気付かせるためにも、今後、児童のつまづきや誤答に含まれる考え方のよさについて、日々の実践の中でより多く発見できるように教材研究を進める必要がある。

<引用文献>

古藤怜・新潟算数教育研究会 1998 『コミュニケーションで創る新しい算数学習』, pp. 38-39, 東洋館出版社

文部科学省 2008 『小学校学習指導要領解説 算数編(平成20年8月)』, p. 18, p. 20

清水静海 1994 『算数のよさを追求する授業 見通し・操作・一般化』, p. 38, 東洋館出版社

<参考文献>

古藤怜・新潟算数教育研究会 1998 『コミュニケーションで創る新しい算数学習』 東洋館出版社

文部科学省 2008 『小学校学習指導要領解説 算数編』

清水静海 1994 『算数のよさを追求する授業 見通し・操作・一般化』 東洋館出版社

片桐重男 2004 『数学的な考え方の具体化と指導』 明治図書

日本数学教育学会 2009 『算数教育指導用語辞典』 教育出版