

中学校 数学

数学科における中1ギャップを解消するための授業改善に関する研究

義務教育課 指導主事 太田 浩之

要 旨

数学科における中1ギャップが起こる原因として、アンケート調査の結果、本県教師は、数学の内容では文字の式、数学の方法では数学的な推論、指導方法の違いでは授業の組立て方を挙げている。そこで、中1ギャップを解消するために、これらの三つの観点から算数と数学の違いを考察することによって、接続を滑らかにする授業改善の方法を提案する。

キーワード：中学校 数学 中1ギャップ 授業改善 文字の式 数学的な推論

主題設定の理由

平成15年10月の中央教育審議会答申において、生きる力を知の側面からとらえた確かな学力の育成にかかわる具体的な方策が提言された。その中で、確かな学力とは、知識や技能に加え、思考力・判断力・表現力などまでを含むもので、学ぶ意欲を重視した、これからの子どもたちに求められる学力であるという考え方が示された。中学校数学科においても、知識や技能の定着とともに数学的な見方や考え方、数学への関心・意欲・態度を伸ばすことが求められる。

ところが、平成15年に実施された国際的な学力調査(PISA2003及びTIMSS2003)の結果から、我が国の子どもたちの学力は全体として上位にあるものの、読解力や記述式問題に課題が見られた。また、同調査の質問紙の結果からは、数学の勉強の楽しさ・勉強への積極性・勉強に対する自信、数学への興味・関心などの学習意欲に関して、我が国の平均はいずれも国際的に見て低いレベルにあり、課題が見られた。これらのことは、確かな学力の重要な要素である学習意欲やねばり強く課題に取り組む態度自体に個人差が広がっているなどの課題があることも示している。

平成17年6月の義務教育に関する意識調査中間報告書(文部科学省、2005)によると、教科等の好き・嫌いに関する調査で、算数・数学科において、「とても好き」「まあ好き」の合計は、小学校第6学年から中学校第1学年にかけて55.0%から28.5%と26.5ポイント低下している。つまり、中学校第1学年のころから、数学を好きと思う生徒が減少し、学習意欲やねばり強く課題に取り組む態度に個人差が広がっているといえる。これは、小学校の算数の授業と中学校の数学の授業に大きな違いがあるためと考えられる。この数学科における、いわゆる中1ギャップを解消することは確かな学力を育成する一助になると考える。

そこで、数学科における中1ギャップを解消するために、本県教師が中1ギャップの起こる原因をどのようにとらえているかアンケート調査をし、その結果を基に小学校の算数と中学校の数学の授業について違いを考察することによって、接続を滑らかにする授業改善の方法を提案するものである。

研究目標

数学科における中1ギャップを解消するために、小学校の算数と中学校の数学の授業を、数学の内容、数学の方法、指導方法の違いから比較し、接続を滑らかにする授業改善の方法を探る。

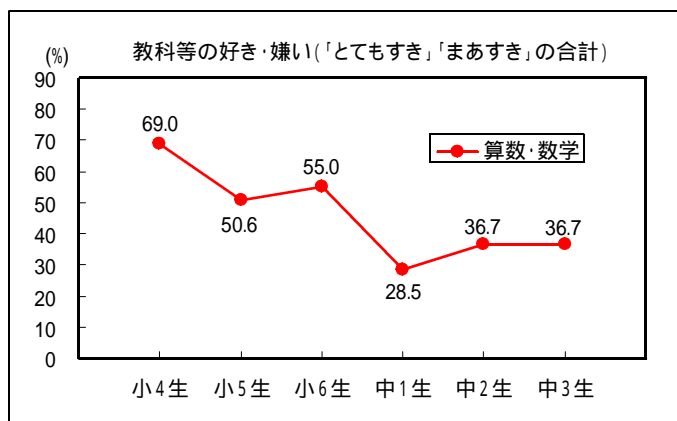


図1 義務教育に関する意識調査(算数・数学のみ抜粋)

## 研究の実際とその考察

### 1 数学科における中1ギャップに対する本県教師のアンケート調査結果

当センターで実施した算数や数学の研修講座を受講した本県教師に「数学科における中1ギャップを解消するための授業改善に関するアンケート」調査を次のように行った。

- ・小学校 小学校算数科教育講座受講者53名(H19.9.20 実施)
- ・中学校 数学的な見方や考え方を育てる中学校数学科教育講座受講者14名(H19.7.3 実施)

数学的活動の楽しさを伝える中学校数学科コンピュータ活用講座受講者8名(H19.10.9 実施)

アンケート調査は、教科等の好き・嫌いに関する調査(図1)を提示し、この結果を踏まえた上で、授業を通して児童・生徒に育てたいこと、中1ギャップが起こる原因・数学の内容・数学の方法・指導方法の違い、解消するために努力していることを内容とした。結果(複数回答可)を次に示す。

#### (1) 算数・数学の授業を通して児童・生徒に育てたいこと

項目	小学校		中学校	
	人	%	人	%
興味や関心	19	35.8	5	22.7
知識・技能	8	15.1	6	27.3
数学的な考え方	26	49.1	14	63.6
その他	2	3.8	1	4.5

小学校教師、中学校教師とも算数・数学の授業を通して数学的な考え方を育てることを第一に挙げている。特徴的なこととして、小学校教師は第二に興味や関心をもち、中学校教師は知識・技能を定着させることを挙げている。

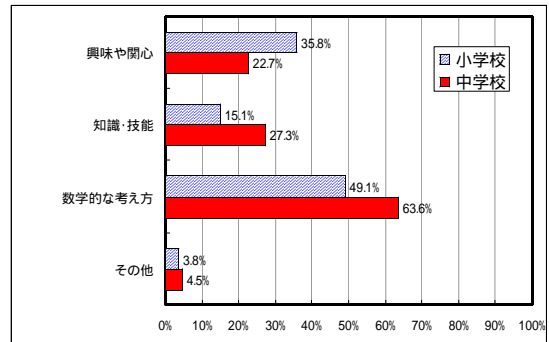


図2 児童・生徒に育てたいこと

#### (2) 数学における中1ギャップが起こる原因

項目	小学校		中学校	
	人	%	人	%
数学の内容	18	34.0	9	40.9
数学の方法	9	17.0	2	9.1
教師の指導方法	22	41.5	8	36.4
その他	7	13.2	6	27.3

小学校教師は教師の指導方法ととらえ、授業のスピードの違いや中学校での授業のつまらなさを挙げている。一方、中学校教師は数学の内容ととらえ、内容の難しさを挙げている。また、その他と回答した教師6人の内、5人が時間不足を挙げている。

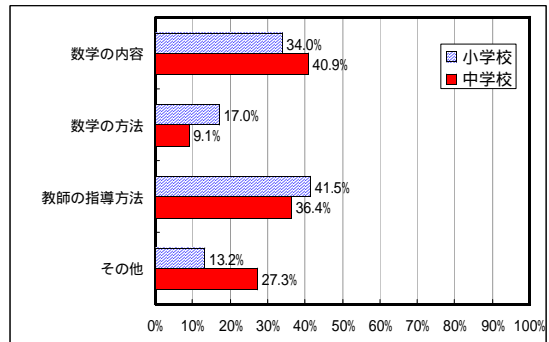


図3 中1ギャップが起こる原因

#### (3) 中1ギャップが起こる数学の内容

項目	小学校		中学校	
	人	%	人	%
正の数と負の数	13	24.5	12	54.5
文字の式	40	75.5	19	86.4
方程式	28	52.8	5	22.7
比例・反比例	19	35.8	6	27.3
平面図形	6	11.3	3	13.6
空間図形	19	35.8	4	18.2
その他	3	5.7	1	4.5

小学校教師、中学校教師とも文字の式を第一に挙げている。その次に、小学校教師は文字を用いる方程式、比例・反比例を挙げ、逆に、中学校教師は定着させることに苦労している正の数と負の数を挙げている。具体的な数字から、抽象性の高い文字を用いることでギャップが起こっているととらえている教師が多く見られる。

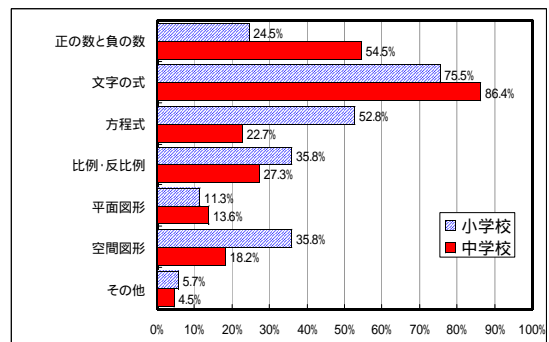


図4 中1ギャップが起こる数学の内容

(4) 中1ギャップが起こる数学の方法

項目	小学校		中学校	
	人	%	人	%
数学的な推論	29	54.7	10	45.5
数学的な表現	18	34.0	10	45.5
数学的に伝え合うこと	6	11.3	1	4.5
問題解決を図ること	5	9.4	1	4.5
その他	3	5.7	1	4.5

小学校教師，中学校教師とも数学的な推論を第一に挙げている。小学校教師は具体的操作や実生活と結び付けることが少なくなり抽象的になること，中学校教師は具体的事象で類推していたものが文字を用いるために抽象的な推論になることを挙げている。

また，小学校教師から数学的な考え方は中学校以前の問題であるという記述がある。

(5) 小学校教師と中学校教師の指導方法の違い

項目	小学校		中学校	
	人	%	人	%
教材・教具	17	32.1	6	27.3
授業の組立て方	27	50.9	9	40.9
個人差に応じた指導	10	18.9	8	36.4
授業における約束	3	5.7	1	4.5
その他	2	3.8	2	9.1

小学校教師，中学校教師とも授業の組立て方を第一に挙げている。授業の組立て方の違いとして，小学校教師は授業展開の方法，教師主導の授業，授業の進度，板書の仕方や，中学校の授業は操作活動が少ないこと，イメージ化が少ないこと，正解のみを求めること，知識・理解の習得に偏っていること，子どもたちの反応に合わせていないこと，全体指導のよさを生かしていないことを挙げている。中学校教師は，授業の進度，ノート指導，内容の濃さや，中学校の授業は内容の定着に偏っていること，発表が少ないことを挙げている。個人差に応じた指導については，小学校教師，中学校教師の両方から，学級担任制と教科担任制の違いが大きいという記述がある。

(6) 中1ギャップを解消するために努力していること

小学校教師は，中学校の学習内容の紹介，中学校教師との情報交換，学習内容の定着，文字の式の指導，数学的な考え方を身に付けること，考えを図や表で表現すること，算数好きを増やすこと，数学的処理のよさに気付かせることなどを挙げている。

中学校教師は，実生活に結び付けること，小学校での学習事項の確認，具体物の使用，4月のガイダンスの充実，楽しいと感じる授業の工夫，教材・教具の工夫，考えさせる時間の確保，個別指導，ドリル学習などを挙げている。

(7) アンケート調査結果から

当センターで実施した算数や数学の研修講座を受講した本県教師は，中1ギャップが起こる原因について，小学校教師が教師の指導方法の違いを，中学校教師が数学の内容を第一としてとらえている。また，数学の内容については文字の式，数学の方法については数学的推論，指導方法の違いについては授業の組立て方ととらえている。この結果を踏まえて，数学の内容，数学の方法，指導方法の違いについて次に展開する。

2 数学の内容について

算数と数学の内容で大きく変わるものの一つとして文字を用いることが挙げられる。本県教師も中1ギャップが起こる数学の内容を文字の式ととらえている。そこで，中1ギャップが起こる数学の内容として文字の式を取り上げ，文字の役割，文字に関する小学校の指導，中学校の指導について考察する。

なお，教科書については，小学校は平成17年度版，中学校は平成18年度版を使用した。

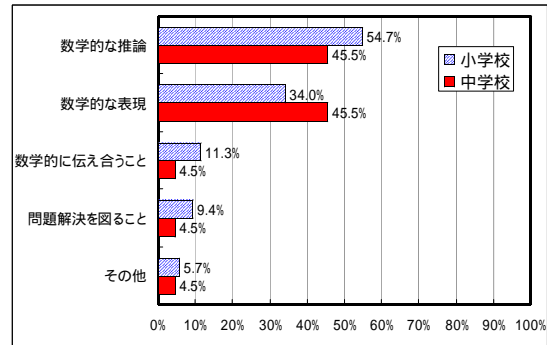


図5 中1ギャップが起こる数学の方法

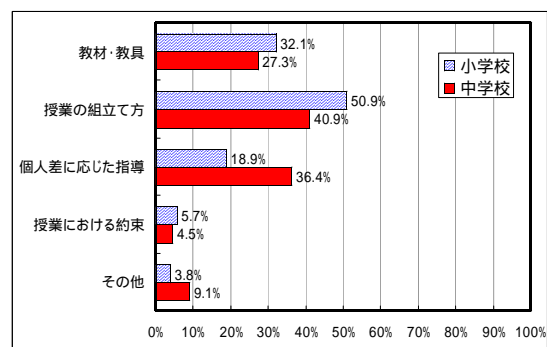


図6 小学校と中学校の指導方法の違い

(1) 文字の役割と数の対象

文字の式における文字は、定数、未知数及び変数の役割がある。しかし、算数や数学の授業を通して子どもたちが文字の三つの役割をこのまま理解しているわけではない。杜威(1991)は、調査に基づいて、日本の子どもは文字の式に使われる文字を次のようによみとっているという。

- ・ プレースホルダーとして使われる文字
- ・ 物として使われる文字
- ・ 定数として使われる文字
- ・ 未知数として使われる文字
- ・ 変数として使われる文字

また、文字の式を指導するときに、文字の役割とともに、対象となる数を考える必要がある。自然数だけを対象とするのか、整数、小数、分数、負の数にまで広げるのかということである。

(2) 文字に関する小学校の指導

ア 小学校学習指導要領

小学校学習指導要領(平成10年12月告示,平成15年12月一部改正)では、 $\square$  などや言葉の式に関する取扱いは次のとおりである。

[第2学年]

3 内容の取扱い

(1) 内容の「A数と計算」の(2)については、必要な場合には、 $(\quad)$  や  $\square$  などを用いることができる。

現行の小学校学習指導要領では、文字の指導がないため、内容の取扱いで「 $\square$  などを用いることができる。」という記述しかない。小学校学習指導要領解説算数編には、次のような記述がある。

- ・  $(\quad)$  や  $\square$  などは、第3学年以降においても必要に応じて用いる。
- ・ 第4学年では、具体的な数量の関係を公式の形にまとめるなど、数量の関係を式に表したり、その式をよんだり用いたりすることができるようにする。
- ・ 第5学年では、計算の範囲を小数に広げても、交換法則、結合法則、分配法則が成り立つことを確認し、一般的な法則として意識できるようにする。その際、 $\square$ 、 $\square$  などの記号を用いると、これらの法則を簡潔、明瞭に、また一般的に表すことができるというよさに気付くことができるように配慮することが大切である。数量の関係は、言葉の式で表したり、 $\square$ 、 $\square$  などを用いた式で表したりする。

イ 教科書における扱い

小学校学習指導要領に詳しい記述がないためか、教科書によって  $\square$  などや言葉の式の扱い、またそれらを扱う学年に違いが見られる。しかし、小学校修了までに、 $\square$  などと言葉の式の両方を6社すべての教科書が扱っており、その扱いは次のとおりである。

(ア) プレースホルダーとしての $\square$  ( $\square$  は文字の役割を担うもの、 $\square$  は数などを書く場所として表記)

については、第1学年から少しずつ慣れていくように工夫しながら取り入れている。まず、解答欄として $\square$ があり、数などを書く場所となっている。その後、式の答えや式の途中にプレースホルダーとして $\square$ を扱い、この中に数を書くことで自然に数をあてはめることができるようにしている。

(イ)  $\square$ 、 $\square$  など

第3学年までに6社すべての教科書がプレースホルダーの意味ではない  $\square$  を用いている。表記の仕方は、5社が  $\square$  で、1社が  $\square$  である。  $\square$  の役割は、 $\square$  に1から9までの数をあてはめる変数的な扱い、テープ図や線分図と合わせて用いる未知数的な扱い、わり算を指導するときかけ算の逆演算として  $\square$  を求める未知数的な扱いをしている。

第5学年までに6社すべての教科書が計算のきまりなどで任意定数的な  $\square$  などを用いている。たし算の交換法則として  $\square + \square = \square + \square$ 、わり算の商と分数として  $\square \div \square = \frac{\square}{\square}$  などが挙げられる。  $\square$  を任意定数的に扱う場合は、 $\square$  のように色付きの記号とし、変数的な扱いや未知数的な扱いの場合と区別している。また、計算のきまりについては、新たな数である小数や分数が出てくるたびごとに成り立つこ

とを確かめている。

第6学年の比の指導では、 $\frac{5}{8}$  を未知数的に扱い、右のように式を変形させ  $\frac{5}{8}$  の値を求めさせている教科書が4社ある。その際、方程式を解く場合に式変形の最後は「 $x =$ 」と記述するが、「 $=$ 」の記述はない。

$$\begin{aligned} 5 : 8 &= 45 : \\ &= 8 \times 9 \\ &= \boxed{\phantom{00}} \end{aligned}$$

(ウ) 言葉の式

第4学年までに6社すべての教科書が言葉の式と公式を扱っている。言葉の式と公式については変数的な扱いと任意定数的な扱いをしている。未知数的に用いる場面では、言葉の式や公式の関係についてわからない数量を、 $x$  を用いて表している。また、言葉の式については「 $\frac{\text{出したお金}}{\text{代金}} = \frac{\text{おつり}}{\phantom{00}}$ 」のように言葉を囲んで記述し、公式については「 $\text{長方形の面積} = \text{たて} \times \text{横}$ 」のように言葉を囲まず記述している。

(I) 比例における  $\frac{a}{b}$  などや言葉の式

第6学年までに変わり方や比例について指導するが、 $\frac{a}{b}$  などを用いるか言葉の式を用いるかは教科書によって違っている。 $\frac{a}{b}$  などを用いて比例関係を表している教科書が4社、言葉の式を用いて比例関係を表している教科書が2社ある。言葉の式を用いる場合は、内容によって長さや重さの関係であったり、時間と道のりの関係であったりと表す式がいつも変化する。 $\frac{a}{b}$  などを用いる場合は、内容が、 $\frac{a}{b}$  などに置き換えられるため、常に「 $= \text{定数} \times$ 」の形の式で表すことができる。また、グラフに表すときも  $x$  軸と  $y$  軸のような形で表している教科書もあり、より文字に近い扱いとなっている。

(オ)  $\frac{a}{b}$  などや言葉の式における数の対象

$\frac{a}{b}$  などにおける数の対象は、計算のきまりを指導するとき、小数や分数が出てくるたびに成り立つかを確認しているため、整数、小数、分数である。

言葉の式は、小数や分数の計算の仕方を指導するときに用いられている。例を挙げると、小数の乗法では、 $\frac{1m \text{の値段}}{\text{長さ}} \times \text{長さ} = \text{代金}$  で表された言葉の式の  $\text{長さ}$  に小数をあてはめている。また、分数の乗法では、 $\frac{1dl \text{でぬれる面積}}{\text{ペンキの量}} \times \text{ペンキの量} = \text{ぬれる面積}$  で表された言葉の式の  $\text{ペンキの量}$  に分数をあてはめている。これらのことから、言葉の式における数の対象は、整数、小数、分数である。

(カ) 文字

小学校で文字を扱っている教科書は1社あり、比の値についての発展的な内容である。「 $a : b$  の比の値は  $a \div b$  で求められます。」という記述があり、具体的な数値から任意定数として文字を用いている。発展的な内容であるとともに、これを用いて解決するというものもないので、中学校の文字の導入には、さほど影響がないと考える。

(3) 文字に関する中学校の指導

ア 中学校学習指導要領

中学校学習指導要領（平成10年12月告示，平成15年12月一部改正）では、文字の式に関する取扱いは次のとおりである。

[第1学年]

2 内容

A 数と式

(2) 文字を用いて関係や法則を式に表現したり式の意味をよみとったりする能力を養うとともに、文字を用いた式の計算ができるようにする。

ア 文字を用いることの意義を理解すること。

イ 文字を用いた式における乗法，除法の表し方を知ること。

ウ 簡単な一次式の加法と減法の計算ができること。

3 内容の取扱い

(1) 内容の「A数と式」の(2)のウについては、一元一次方程式を解くのに必要な程度の式の計算を取り上げるものとする。

(2) 内容の「A数と式」の(2)における式の値を求める計算については、一つの文字に代入する場合のみを取り上げるものとする。

イ 教科書における扱い（正の数と負の数）

正の数と負の数における文字に関する指導について、教科書における扱いは次のとおりである。

(ア) 計算法則の  $+$  ,  $-$  など  
 $+$  ,  $-$  などを用いて、交換・結合・分配法則が成り立つことを6社すべての教科書に記述されているが、扱いはそれぞれ違っている。

- ・  $7 + 2 = 2 + 7$  などのように、小学校の具体的な数値から導入しているもの 2社
- ・  $(+5) + (-7) = (-7) + (+5)$  などのように、中学校の具体的な数値から導入しているもの 4社
- ・ 負の数でも成り立つというように、対象を負の数への拡張を意識しているもの 5社
- ・ 計算法則の  $+$  ,  $-$  などに、数値をあてはめて確かめているもの 2社
- ・ 「どんな数でも」というように、  $+$  ,  $-$  などの任意性を意識しているもの 1社

(イ) 計算法則の文字でのとらえ直し

$a$  ,  $b$  などを用いて表した計算法則を、6社すべてが  $a$  や  $b$  などの文字を用いてとらえ直している。この指導以降、等式の性質、比例・反比例の定義、柱体の体積の公式等、文字の式で表すことができる性質や公式等は、  $a$  ,  $b$  などや言葉の式を用いずに、文字の式でまとめている。

(ウ)  $+$  ,  $-$  などの役割

計算法則以外にも、  $+$  ,  $-$  などを用いて表した式があるが、そのときの  $+$  ,  $-$  などの役割が教科書によって違っている。

- ・  $+(+5) = +3$  などのように、  $+$  を未知数的な扱いをしているもの 6社
- ・  $\times 0 = 0$  などのように、  $\times$  を任意定数的な扱いをしているもの 4社
- ・  $(-2) \times$  などのように、  $\times$  を変数的な扱いをしているもの 1社

一般に  $+$  ,  $-$  などは白抜き記号を用いているが、小学校の教科書と同じように、未知数的に扱う場合には白抜き記号を、任意定数的に扱う場合には色付き記号を用い、意識的に記号の役割の差別化を図っている教科書が3社ある。

(エ)  $+$  ,  $-$  などにおける数の対象

$+$  ,  $-$  などにおける数の対象は、その役割によって違っている。

未知数については、

- ・ 自然数のみ扱っているもの 1社
- ・ 負の数を含めた整数を扱っているもの 5社

任意定数については、6社すべてが負の数まで扱い、その中で、

- ・ 整数のみ扱っているもの 1社
- ・ 整数と分数を扱っているもの 2社
- ・ 整数、小数と分数を扱っているもの 3社

変数については、負の数を含めた整数を扱っているものが1社ある。

ウ 教科書における扱い(文字の式)

(ア) 文字の導入

文字を初めて指導するときに、次のような方法で導入している。

- ・ 具体的な数 言葉の式 具体的な数のかわりに文字を使っているもの 2社
- ・ 具体的な数 言葉の式 具体的な数を、文字を使って表しているもの 1社
- ・ 具体的な数 言葉の式 具体的な数をまとめて文字を使う の確認をしているもの 1社
- ・ 具体的な数 を使った式 の代わりに文字を使っているもの 2社

言葉の式から導入するものが4社であるが、いずれも言葉の式の「言葉」を変数的に扱い、文字に変えて任意定数としている。また、 を使った式から導入するものが2社あるが、 を変数的に扱った後、任意定数として扱ってから文字に変えている。

(イ) 文字を使った式が表すもの

(ア) で、言葉の式から導入した教科書は、文字を使った式が表すことを次のようにとらえ、記述している。一方、 を使った式から導入した教科書は、文字を使った式が表すことについて記述していない。

- ・ 文字を使った式は、すべての場合をまとめて表していると記述しているもの 3社
- ・ 文字を使った式は、数量を一般的に表していると記述しているもの 1社

また、計算を学習した後に生徒がつまずくことを予想し、式の中に  $+$  や  $-$  の演算記号があっても、文字を使った式が結果も表すことを記述している。

- ・ 文字を使った式は、計算の仕方とともに、計算した結果を表していると記述しているもの 3社

(ウ) 文字の役割

文字の式の単元では、文字の導入時には変数的な見方をするものの、その後はいろいろな数のすべての場合をまとめた任意定数として扱っている。

この指導の後、方程式の単元では未知数として、比例と反比例の単元では変数として扱い、文字の三つの役割が指導されることとなる。

#### (I) 文字における数の対象

文字の導入時には、6社すべてが自然数だけを対象として扱っている。また、文字の導入後は教科書によって扱う数の対象が変わっているが、特徴的な部分を挙げると、数量を文字で表す部分で、

- ・自然数、小数や分数を対象としているもの 5社
- ・負の数まで含めた整数、小数や分数を対象としているもの 1社

代入と式の値の部分で、

- ・負の数まで含めた整数、小数や分数を対象としているもの 4社
- ・負の数まで含めた整数だけを対象としているもの 2社

である。

### 3 数学の方法について

中1ギャップが起こる原因として数学の方法を挙げた本県教師の割合は少ないが、数学的な推論を第一ととらえている。しかし、算数や数学では、その内容だけではなく方法についても指導しているので、文字の式の指導にかかわる数学的な推論について考察する。

#### (1) 数学的な推論

算数や数学では、帰納的推論（帰納）や類比的推論（類推）などによって結果を推測してそれを確かめたり、演繹的推論（演繹）によって仮定や前提から結論を導き出したりしている。これらの推論は、数学的な考え方の中の重要な要素であり、いくつかのデータからきまりや方法を見つけたり、前提を基に確かめたりしながら、算数や数学を生み出す力となっている。算数や数学をできあがったものとしてとらえるのではなく、児童・生徒がつくりあげていくため、算数や数学への関心・意欲・態度を伸ばすことにもつながっている。

#### (2) 数学的な推論に関する小学校の指導

帰納的に考えることについては、第6学年の比例の指導で、水槽に水を入れるときに、時間が1分2分3分...と変わるのにもなって、深さが4 cm 8 cm 12 cm ...と変わることから時間と深さの関係を考えさせている。その他、倍数と約数、多角形の角の大きさの和などたくさんの場面で出てきており、問題を解決していくときの数学的思考の基本ともいえる。

類推することについては、第5学年の小数のかけ算の指導で、小数×小数の計算を考えるときに、今まで学習している整数×小数や小数×整数の計算で用いた、小数を整数に直して計算するという方法を考えさせている。その他、新しい計算の指導、体積を学習するときの面積の求め方などたくさんの場面で出てくる。

演繹的に考えることについては、第5学年の小数のかけ算の指導で、計算のきまり（ $\times = \times$  など）が小数のときも成り立つかどうか調べさせている。その他、計算のきまりが分数のときも成り立つかどうかを調べるなどが挙げられるが、多くの場面では出てこない。

#### (3) 数学的な推論に関する中学校の指導

中1ギャップが起こると考えられる文字の式の指導以前のことを考えて、正の数と負の数における数学的な推論について次に述べる。

帰納的に考えることについては、正の数と負の数の3数以上の積の指導で、負の数が1個2個3個...と変わるのにもなって、積の符号がどのように変わるのかを考えさせている。その他、負の数の乗法などで出てくる。

類推することについては、正の数と負の数の除法の指導で、負の数を含む除法を考えるときに、今まで学習している正の数÷正の数の計算で用いた、例えば $6 \div 2$ は  $\times 2 = 6$  のにあてはまる数を求めることという逆演算の方法で考えさせている。その他、負の数を含む減法や除法と逆数などたくさんの場面で出てくる。

演繹的に考えることについては、計算法則（ $\times = \times$  など）が負の数のときも成り立つかどうか調べさせている。正の数と負の数の指導では、これ以外にあまり出てこない。

#### 4 指導方法の違いについて

本県教師は、小学校教師と中学校教師の指導方法の違いとして授業の組立て方を挙げている。指導方法についてはたくさんあるが、中でも、授業の組立て方にかかわることについて考察する。

##### (1) 方法に関する原理

小学校の授業は、算数が最初からできあがっているものではなく、子どもの操作や活動によって発見的な学習を通してつくりあげていく構成主義をとっている場合が多い。そのため、授業ではおはじきやブロックを操作したり具体物を実際にはかる活動をしたりしながら、新たな結論や方法を予想しそれを確かめるという授業が多い。

一方、中学校の授業は、数学ができあがっていて、それを説明や練習で獲得していくことを基本とする連合主義をとっていることがある。アンケートの記述にもあるように、内容の定着を図るために、教師主導で進め、効率よく数学を伝達し、その適用を図るような授業の傾向が見受けられる。

##### (2) 授業展開の方法

授業展開の方法はたくさんあり、一概に小学校、中学校によってこうであるとはいえない。しかし、次のような傾向が見られる。

小学校の授業は、学習問題を提示し、具体的な活動から学習課題をつかませ、どのような結果になるのか、どんな方法で解決できるのかという見通しをもたせる。見通しをもたせたところで、自力解決を図らせ、考えを発表させ、どの解決方法がよいのかを全員で検討し、まとめる。その後、個人に解決方法を選択させ、それを使えるように適用を図る。

中学校の授業は、教材によって小学校の授業のような問題解決的な授業もあるが、そうではないことが多い。学習問題を提示し、学習目標のような学習課題を教師が提示し、自力解決を図らせ、正解を発表させたり教師が説明したりしてまとめる。その後、学習内容の定着を図るために、適用問題を多く解かせる。すべてがこうであるとはいわないが、小学校の教師のアンケート調査結果にもあったように、学習内容の定着を図ることに主眼がおかれ、教師主導の授業が多い。

##### (3) 個人差に応じた指導

小学校の授業では、問題解決的な授業を構成していることが多いため、個人差に応じた指導についても進度差だけではなく、解決の仕方についても対応している。例を挙げると、机間指導をしながら評価をし、アドバイスをしたり、ヒントカードを与えたり、ヒントコーナーを設けたりと未解決児童への支援、別方法、別問題など解決した児童への支援をしている。また、具体物、図、線分図、テープ図、表、式など解決の糸口となる具体的方法で支援をしている。また、最近はTTが導入されている学校も多く、2人の教師による支援で細やかな対応ができてきているようである。

中学校の授業では、学習内容の定着を図る授業を構成していることが多いため、個人差の中でも、進度差に応じた指導をしていることが多い。例を挙げると、机間指導をしながら評価をし、未解決生徒へは解決方法の説明をしたり、解決した生徒へは別問題を解かせたりなどである。また、中学校もTTの導入が進み、2人の教師による支援で回数が増えているが、支援内容はさほど変わっていないようである。

##### (4) 具体的事象と数学的モデル

小学校の算数の授業では、実生活における様々な事象を取り入れた問題を扱い、その中から算数の内容を取り出して、算数をつくりあげている。

中学校の数学の授業でも、具体的事象を取り入れた問題を扱い、その中から数学的モデルをつくり、数学の世界で問題を解き、数学での問題解決の解を現実のことと照合し、現実の問題解決へとつなげていることが多い。しかし、単元の途中から、具体的事象から離れ、数学的モデルだけの抽象的な問題解決が続くこともよくある。図7は、文字の式の指導に関して、教科書の扱いがどのようになっているのかを調べ、それをグラフに表したものである。教科書の節ごとに、6社すべての教科書が具体的事象を取り入れていれば「具体的事象」に点を、1社でも具体的事象を取り入れていなければ「数学的モデル」に点を表し、線で結んだものである。単元の前半は、具体的事象を取り入れながら数量を文字で表したり式の値を求めたりしているが、後半は、具体的事象から離れ1次式の

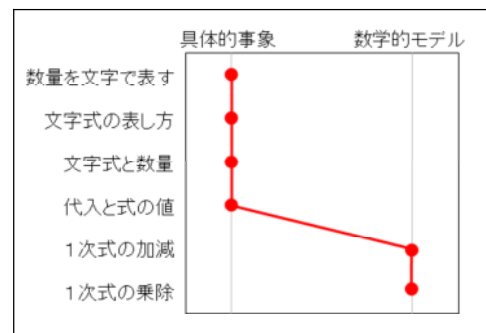


図7 具体的事象と数学的モデル

加減・乗除の習熟を図っている。



5 文字の式の指導に関する中1ギャップを解消するために

中1ギャップについて、本県教師のアンケートの結果を基に、数学の内容、数学の方法、指導方法の違いの三つの観点で考察してきた。これらを踏まえて、中1ギャップを解消するための手だてについて次に述べる。

(1) などを扱うときの工夫

小学校では、などを未知数的扱い、変数的扱い、任意定数的な扱いをし、文字における三つの役割の基本を指導している。中学校でも、正の数と負の数の単元で計算法則を指導するときに、などを扱っている。その際、文字の導入へのつながりを考え、などが任意定数的な扱いであることを意識して扱う必要がある。小学校からの継続で、計算法則について演繹的な考え方をし、などに新しく学習した負の数をあてはめて確かめる指導をすることも、文字の感覚をとらえやすくする。

逆に、小学校での指導で、が文字の感覚をとらえにくくしていることもある。プレースホルダーとしてを扱った場合、 $+ = 12$ のようには同じ数を示していないが、中学校の指導では、 $\times 1 =$ のようにを任意定数的に扱うこともある。この点を留意する必要がある。

(2) 言葉の式を扱うときの工夫

小学校では、言葉の式や公式をセンテンス型の式で表している。例を挙げると、「1個の値段 $\times$ 買う数 $=$ 代金」や「円の面積 $=$ 半径 $\times$ 半径 $\times$ 円周率」のような式になっている。

中学校では、文字の式を導入するときに、関数ではなく、単項式あるいは多項式でなければならないため、フレーズ型の式となっている。フレーズ型の式は、具体的事象の中にある等しい関係を表すものではなく、一つの数量の大きさを表すものである。このことを指導することによって、後につまづくこととなる $3a + 2$ を $5a$ と計算してしまうことにつなげることができる。

(3) 文字の式における導入の工夫

文字の式を用いる場合、一度学習すると1, 2, 3, ..., nと数のかわりに文字を用いている。しかし、文字の式を導入する場合に、数のかわりにnを用いると、 $n = 14$ などと文字をプレースホルダーとしてとらえられてしまうことがある。そこで、具体的な数の式から直接つくるのではなく、図8に表したように、一旦、言葉の式かを用いた式で表してから、文字の式に直している。

小学校までの指導を考えると、具体的事象の中にある関係を帰納的にとらえて式化するには、言葉の式の方が適している。一方、文字の式に表すには、を用いた式のの代わりに文字を用いることの方が言葉の式よりも容易である。

ここで、数をどのようにして導入したのかを振り返ってみると、小学校第1学年では、具体物の個数に対し数学的な考え方の一つである記号化を図り、おはじきやブロックなどで表し、それを抽象化して数を導入している。例えば、「3」という数は、図9のように、りんごが3個もいぬが3匹も1対1対応をさせたおはじきやブロックに変え、同じ3で表せるといよさをつかませている。

中学校の文字の式の導入でも、具体的事象の中にある関係を言葉の式で表し、言葉の式からいきなりアルファベットの文字を用いた式にするのではなく、例えば、マッチ棒の本数が「 $1 + 3 \times$  (正方形の個数)」で表されている場合、「 $1 + 3 \times$  正」や「 $1 + 3 \times$  」など、言葉の式から記号化を図ることを考えさせる。それから、「正」や「 」の代わりにアルファベットの文字を用いて式を表すことを考えたい。

つまり、図10のように、「具体的な数の式 言葉の式 文字の式」という流れで文字の式の導入をする。具体的事象の中にある関係を帰納的にとらえて式化するときには、変数としての「言葉」を用いて言葉の式に表し、「言葉」の代わりに任意定数的な扱いをするを用いて式を表すことによって、文字の式が一般的にかつ簡潔な表現であることをつか

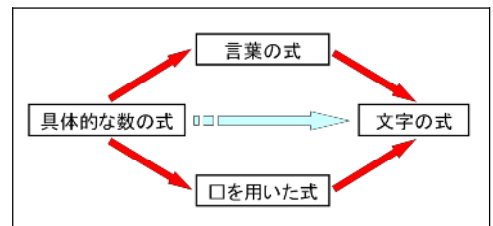


図8 言葉の式かを用いた式

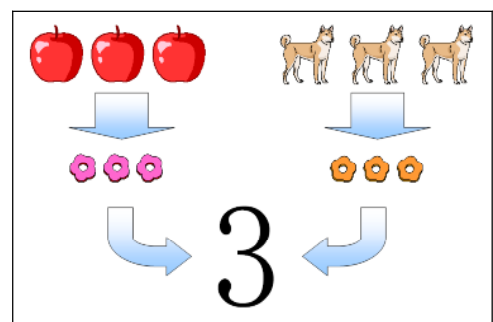


図9 数の導入

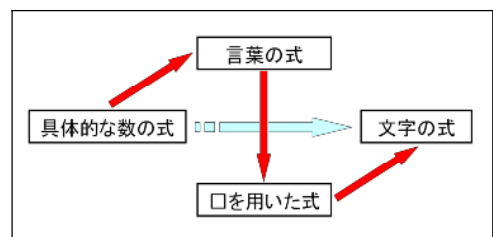


図10 言葉の式からを用いた式へ

ませやすくなると考える。

文字の式については、導入の仕方の他に、文字を用いて一般的にかつ簡潔に式を表現するとともに式の計算が形式的に処理できるようになったところに、あえて言葉の式の1文字を用いて表したりすることで、文字のよさをつかませることも必要である。また、これらの指導の中で、記号化するという数学的な見方や考え方も伸ばしていくことも大切である。

#### (4) 具体的事象と結び付けた指導の工夫

文字の式の計算は、この後指導する方程式や関数で必要不可欠である。そのため、計算指導では技能となるように、中学校の教師は定着の徹底を図っている。

小学校では、新たな計算を導入するときに、具体的事象と結び付けながら、計算の意味について理解し、その計算の仕方を考え、用いることができるようにするという流れができています。しかし、中学校では、図7で示した教科書の例のように、1次式の加減や乗除の指導の際、計算の手続きばかりに目が向き、具体的事象から離れた指導をしていることが多い。例えば、 $a - (b + c) = a - b - c$ の計算では、( )をはずして中の符号を変えて計算するという手続きを指導している。ここで、 $b$ 円と $c$ 円の本を買って $a$ 円出したときのおつりを考えるなど具体的事象に結び付けることによって、両辺が同じであることをとらえやすくなる。具体的事象との関連を図り、何のために計算練習をするのかという意識をもたせたり、計算の意味理解を図ったりしながら指導する必要がある。

小学校では、計算指導の際に、おはじきやブロックを操作したり、分数のわり算ではペンキでぬれる量を図に表したりして、具体的事象と結び付けながらつまずいたときの投げ所となる計算の意味理解を指導している。中学校でも、文字の式の計算指導の際に、計算法則を根拠として計算させるのだけではなく、テープ図や面積図等を用いて図形化し、具体的事象と結び付けながら計算の意味理解を図るとともに、計算につまずいたときの投げ所をつくることも大切である。

#### (5) 文字の感覚を豊かにする工夫

小学校では、数についての感覚を豊かにする、量の大きさについての感覚を豊かにする、図形についての感覚を豊かにするということが指導のねらいとなっており、具体物を用いた活動などを通して感覚を豊かにしていく指導がなされている。

中学校でも、文字を用いるに当たり、文字の感覚を豊かにする指導が小学校と同様に必要であると考えます。文字には、未知数、変数、任意定数という役割がある。文字の式の単元では、文字の導入時には変数的な見方をするものの、以降は任意定数として扱っているため、一つの文字が表す数は無限個である。その中で、文字が表す数の対象は、第1学年までの既習事項である負の数まで含んだ整数、小数、分数である。そこで、数から文字への流れとともに、文字が表している数のイメージをもたせることも必要である。具体的事象との関係もあるが、離散量であっても自然数だけではなく負の整数を含むことや、連続量であれば小数や分数を含むことをとらえさせ、既習のすべての数を表しているという文字のイメージをもたせることも大切である。

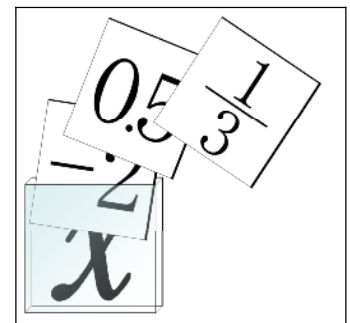


図1.1 文字のイメージ

そこで、文字に数を代入して式の値を求めるときなど、整数だけではなく、いろいろな数を代入するとともに視覚でとらえさせることによって文字の感覚を豊かにできると考える。

また、具体的事象の数量を、文字を用いた式で表すことを指導するが、逆に、文字を用いた式が具体的事象の何を表しているのかをよむことによって文字の感覚を豊かにできると考える。

#### (6) 教師の指導方法の工夫

中学校では、入学当初の第1学年の生徒と卒業間近の第3学年の生徒の能力差はとても大きいといえる。第3学年で指導した教師が、次年度、第1学年の指導に変わったとき、中学校としての授業よりも小学校よりの授業をすべきであるということはいうまでもない。

そこで、数学の内容として、2(2)に記述した文字の式に関する小学校の指導を理解するとともに、数学の方法として、3(2)に記述した数学的な推論に関する小学校の指導を理解することも大切である。その上で、第1学年の途中までは、小学校教師の指導方法のよいところを取り入れる必要がある。学習内容の定着を図ることだけではなく、数学的活動を通して、帰納的に考えさせたり類推させたりし、数学をつくっていくような授業の組立て方をする。その際、正解だけでまとめるのではなく、多様な考え方を紹介合うことによって、考えることの楽しさを伝えられるようにする。例を挙げると、碁石を正形状に並べるとき、全体の個数を1辺に並ぶ個数で表す問題がある。この問題は、多様な考え方が期待できると

ともに、計算の指導後は全体の個数を表す式が一つになり、考えることの楽しさや文字の式のよさを伝えることができる。また、小学校教師の指導方法のよいところとして、個人差に応じた指導も挙げられる。机間指導をしながら評価をし、未解決の生徒にはアドバイスをしたりヒントカードを与えたりヒントコーナーを設けたりなどの支援、解決した生徒には別方法や別問題を与えたり発展的な思考を促したりなどの支援をし、より細やかな対応をする必要がある。

## 研究のまとめ

平成15年10月の中央教育審議会答申において、確かな学力とは知識や技能に加え、思考力・判断力・表現力までを含むもので、学ぶ意欲を重視した、これからの子どもたちに求められる学力であるという考え方が示された。しかし、平成15年に実施された国際的な学力調査(PISA2003及びTIMSS2003)や平成17年6月の義務教育に関する意識調査中間報告書から、数学の勉強の楽しさ・積極性・自信、数学への興味・関心など学習意欲に関して課題が見られるとともに、中学校第1学年のころから数学を好きと思う生徒が減少しているという結果が得られた。

このことに関して、本県教師にアンケート調査を実施したところ、中1ギャップが起こる原因について、小学校教師は教師の指導方法の違いを、中学校教師は数学の内容を第一としてとらえている。また、数学の内容については文字の式、数学の方法については数学的推論、指導方法の違いについては授業の組立て方ととらえている。

中1ギャップが起こるのは、生徒が数学の授業内容を理解することができなくなって、数学を嫌いと感じ始めるからだと考える。授業内容を理解することができなくなる第一歩は、本県教師がとらえたように、抽象度の高くなる文字の式であろう。

文字の式は、現在の学習指導要領では中学校第1学年からの指導内容である。小学校の指導内容として文字の式はないが、文字の式に関する内容として などをを用いた式と言葉の式がある。そこで、中1ギャップを解消するために、

- ・文字に関する小学校の指導がどのように行われているかを理解する。
- ・小学校の指導を踏まえ、中学校で などをを用いた式と言葉の式を扱うときに、文字の式へつなげる工夫をする。
- ・文字の式の導入を「具体的な数の式 言葉の式 をを用いた式 文字の式」という流れにする。
- ・抽象的になりがちな文字の式の計算を、具体的事象と結び付ける。
- ・小学校で数の感覚を豊かにすると同様に、中学校では文字の感覚を豊かにするための指導をする。
- ・中学校第1学年の指導方法に小学校の指導方法のよさを取り入れ、細やかな対応をする。

という数学の内容、数学の方法、指導方法の観点から授業改善の手だてをとることによって、接続が滑らかになると考える。

これまで、義務教育に関する意識調査中間報告書の結果から、特に変化の著しかった中1ギャップを取り上げて記述してきたが、第2、第3学年においても36.7%との約 $\frac{1}{3}$ の生徒しか数学を好きと感じていない。この現状は、決して好ましいとはいえない。

21世紀は「知識基盤社会」の時代であるといわれている。このような時代では、ますます数学の果たす役割が重要なものになってくる。中1ギャップ解消の取組は、第1学年に対するものだけではなく、中学生全体にかかわるものであると考ええる。これらの取組の手だてを他学年の授業改善にも生かすことによって、これからの時代を生きる中学生の数学の力を伸ばすことと数学好きを増やしていくことにつながっていくと考える。

## 本研究における課題

数学科における中1ギャップを解消するために、本県教師のアンケート結果を基にして、ギャップが起こる数学の内容を文字の式ととらえて記述したが、その前の章である正の数と負の数についても考察する余地はある。

文字の式の指導に関する中1ギャップを解消するための手だてを記述したが、今後、それに対する生徒の実際の理解度や数学への思いがどう変化するのかを検証したい。

< 引用文献 >

- 文部科学省 2005 「義務教育に関する意識調査中間報告書（概要）」, p.22  
文部科学省 2004 「小学校学習指導要領（平成10年12月告示, 平成15年12月一部改正）」, p.36  
文部科学省 2004 「中学校学習指導要領（平成10年12月告示, 平成15年12月一部改正）」, p.36~37  
杜威 1991 「学校数学における文字式の学習に関する研究」, p.79~95, 東洋館出版社

< 参考文献 >

- 文部科学省 2007 「小学校学習指導要領解説算数編（平成19年7月一部補訂）」  
文部科学省 2004 「中学校学習指導要領（平成10年12月）解説 - 数学編 -（平成16年5月一部補訂）」  
文部科学省 2003 「小学校算数・中学校数学・高等学校数学 指導資料」 東洋館出版社  
中央教育審議会 2003 「初等中等教育における当面の教育課程及び指導の充実・改善方策について(答申)」  
中央教育審議会 2007 「教育課程部会におけるこれまでの審議のまとめ」  
日本数学教育学会教育課程委員会 2006 「新しい時代の算数・数学教育を目指して」  
日本数学教育学会編著 2004 「算数教育指導用語事典第三版」 教育出版  
根本博 1999 「中学校新教育課程の解説 数学」 第一法規  
国宗進編 1997 「確かな理解をめざした文字式の学習指導」 明治図書  
国宗進 2007 『文字の導入に関する算数・数学教科書での記述』長崎栄三他「算数・数学において育成する諸能力とその系列に関する研究」 国立教育政策研究所  
熊倉啓之 2007 『文字に関する指導の適時性の検討』長崎栄三他「算数・数学において育成する諸能力とその系列に関する研究」 国立教育政策研究所  
長崎栄三・滝井章編 2007 「何のための算数教育か」 東洋館出版社  
長崎栄三・滝井章編 2007 「よい算数の授業をつくる」 東洋館出版社  
長崎栄三・滝井章編 2007 「算数の力 - 数学的な考え方を乗り越えて - 」 東洋館出版社

< 参考URL >

- 国立教育政策研究所 「特定の課題に関する調査（算数・数学）」調査結果  
<http://www.nier.go.jp/kaihatsu/tokutei/04002030200004000.pdf>