

中学校 数学

図形の学習において、数学的な表現を用いて、
根拠を明らかにしながら説明する能力を高める指導法の研究
—説明し伝え合う場面でのペア学習と評価の工夫を通して—

新郷村立野沢中学校 教諭 工藤 輝 幸

要 旨

本研究では中学校第2学年の図形領域において、数学的な表現を用いて根拠を明らかにしながら説明する能力を高めるための指導法を研究した。具体的には説明し伝え合う活動をペア学習で行い、評価の工夫をした。その結果、ペア学習における評価を通して数学的な表現力を高め、根拠を明らかにしながら説明することへの意識や意欲を向上させ、説明する能力を高めた。

キーワード：中学校 数学 数学的な表現 説明する能力 ペア 評価

I 主題設定の理由

中央教育審議会は、平成20年1月に「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領の改善について」答申を行い、学習指導要領の改訂に当たって充実すべき重要事項の第1として言語活動の充実を挙げ、各教科等を貫く改善の視点として示した。また、この答申の中で、数学科の改善の基本方針として「算数科、数学科については、その課題を踏まえ、小・中・高等学校を通じて、発達の段階に応じ、算数的活動・数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めるようにする」「数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため、数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関連を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する」と示した。これを受け、中学校学習指導要領数学の目標に「数学的活動を通して」と「表現する能力」が追加され、各学年の内容に数学的活動が位置付けられることとなった。

本校の生徒の実態に目を向けてみると、自分の考えを発表する際に数学的な表現が十分に用いられていない、根拠を明らかにしながらの説明ができていないなどの課題が見られる。さらに、自分の授業実践においても知識や技能の習得が中心であり、生徒の相互交流による学び合いや、根拠を明らかにしながら説明し伝え合う学習活動が十分に行われているとは言えない現状がある。

そこで本研究では、数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動に焦点を当て、数学的活動を通して言語活動の充実を図り、数学的な表現を用いて根拠を明らかにしながら説明する能力を高めることをねらい、本主題を設定した。

II 研究目標

図形の学習において、数学的な表現を用いて根拠を明らかにしながら説明する能力を高めるために、説明し伝え合う場面を設定し、ペア学習と評価を工夫して行うことが有効であることを、実践を通して明らかにする。

III 研究仮説

図形の学習において、説明し伝え合う数学的活動をペア学習で行い、その後、自分の説明を振り返り改善

を図れるような評価の工夫をすることによって、数学的な表現を用いて根拠を明らかにしながら説明することが十分に意識された学習活動が行われ、説明する能力を高められるであろう。

IV 研究の実際とその考察

1 研究における基本的な考え方

(1) 数学的な表現について

数学的な表現について、中学校学習指導要領解説数学編では、第1学年、数学的活動の内容において、「数量や図形などに関する事実や手続き、思考の過程や判断の根拠などを数学的に表現するためには言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いて的確に表現する必要がある」と述べている。よって、ここでは「数学的な表現」を「言葉や数、式、図、表、グラフなどを適切に用いた的確な表現」と捉え、説明し伝え合う場面で数学的な表現を用いているか評価を行い、その評価から得られた改善点を生徒に伝え、表現する力を継続的に高めていく。

(2) 根拠を明らかにすることについて

相手を納得させる、つまりは分かりやすい説明をするためには、根拠を明らかにし、筋道を立てて説明をすることが必要であり、根拠を明らかにするためには、数学的な表現を用いる必要がある。根拠となる事柄はこれまで生徒が学んできた既習事項であり、授業において説明し伝え合う場面に入る前には、関係する既習の学習内容を黒板に掲示して全体で確認する。また、数学的な表現を用いて根拠を明らかにしていたかどうかを自己、他者、教師の三者で評価し、その評価を生徒に返して反省を促すとともに根拠を明らかにして説明することを意識付けさせる。

(3) 説明する能力を高めることについて

説明し伝え合うことについて、吉川は、「説明し伝えるではなく、伝え合うとしていることは、一方的に説明をすればよいということではなく、根拠を伝えるには、それが根拠として十分であるか、論理的に筋道だっているのか、おかしさは無いのか、表現も正しいかなど、聞き手としても判断し、それを相手に伝えることで相互によりよいものにしていくという活動そのものを期待している。その結果「前提と結論を明示して見出したことを的確に」伝えられるのであり、結果的に「見出したことの正しさや妥当性をその根拠を明らかにして説明する」ことになる」（吉川 厚，2009）と述べている。説明する能力は、相互に学習交流することで高めることができると捉え、説明する能力を高めるために、指導計画に「説明し伝え合う場面」を設定し、「ペアによる学習形態」で相互学習を充実させて知的なコミュニケーションを促進し、「評価」を工夫して取り入れることによって自分の説明を振り返り改善を図る、という指導過程とする。

(4) 「説明し伝え合う場面」の設定

中学校第2学年の図形分野は論理的に証明を行うための導入部分に当たる。ここでは三角形の合同の証明が大きく取り上げられるのが普通だが、そこに至るまでの基本的な図形の性質についても既習事項を根拠として証明することができ、生徒も意欲的に取り組むことができる学習場面が多く存在する。そこで、説明し伝え合う場面を指導計画に位置付け、数学的な表現を用いて根拠を明らかにしながら説明する能力を高めていく場を設定する。

(5) 「ペア学習と評価の工夫」について

ペアによる学習形態で説明し伝え合う活動を行うことは、全生徒が1対1で説明者と被説明者を経験することになり、説明する経験・聞く経験を容易に積み上げられるので相互に学習効果が得られ、説明する能力を高める上で有効である。ここに評価を加える意義は、生徒が自分の説明を評価されることにより、振り返りの機会と改善の視点を得ることができる。このことは、説明をよりよいものに改めるきっかけとなり、説明する能力を高める上でとても意味があるものと考えられる。

評価は、自己評価、他者評価、教師評価の三つを工夫して取り入れる。自己評価・他者評価では、自分や相手の「説明が筋道立って（よく整理されて）いたのか」「根拠が明らかであったのか」「納得できるものであったのか」を評価できるような評価用紙を単位時間ごとに作成する。自己評価は自分の説明を振り返らせるために行う。他者評価を行うことについては、相手の説明をよく聞く必要がある場面であり、いい表現・分かりやすい表現に出会える場面でもある。よって他者評価は、相手から学べる機会、自分の説明を見つめる機会となり、説明する能力を高めるための一つの要素になると考える。教師評価は、数学的な表現を用いて、根拠を明らかにした説明ができていないかを判定基準に従って評価し、客観的な評価と

して取り扱う。この教師評価は、改善の方向性を示す所見を加えて生徒に返す。

2 検証の実際

(1) 対象

新郷村立野沢中学校第2学年（6名）

(2) 検証方法について

ア 検証授業における説明し伝え合う場面での評価を集計し、推移を検証する。

イ 単元の事前と事後に、説明に関するアンケートを実施し、説明に対する情意面の変化を検証する。

(3) 検証授業について

検証する単元は、「平行と合同」（東京書籍新しい数学2）であり、単元全14時間のうち説明し伝え合う場面は7時間の設定とした（表1の右側に「説明場面有」と表示）。

説明し伝え合う場面が設定された時間の授業構成は以下のとおりである。

ア 課題について個人追究をする。

イ ペアをつくり、お互いに説明し伝え合う活動を行う。この時、ワークシートを配付し、口頭での説明を補助するものとして活用させる。また、ここでの説明はすべて記録（録音）し、教師評価のための材料とする。

ウ 自己評価、他者評価を行う。

エ 説明し伝え合う様子を、机間指導で確認し、代表者を決めて全体に説明させ、まとめとする。

オ 授業後、説明の記録を分析し、教師評価を行う。

カ 次時の冒頭に自己・他者・教師の評価用紙を生徒に返し、自分の説明について振り返りを行わせる。

(4) 生徒の説明の実際

図1は、生徒Aの説明（原文）と説明する際に使用したワークシートの図を集約し、教師評価を行うためにまとめたものである。この図1について以下に述べる。

表 説明し伝え合う場面を設定した指導計画

時 間	題材名・ねらい	学習形態
第1時	多角形の内角の和 『どんな多角形の内角の和でも表せる式を見つけよう』	ペア学習 説明場面有
第2時	多角形の外角の和 『どんな多角形の外角の和でも表せる式を見つけよう』	ペア学習 説明場面有
第3時	対頂角の性質 『対頂角が等しい理由を説明しよう』	ペア学習 説明場面有
第4時	同位角・錯角の性質 『同位角・錯角の位置関係を知り、性質を見つけよう』	一斉授業
第5時	三角形の内角の和 『三角形の内角の和が180° になることを説明しよう』	ペア学習 説明場面有
第6時	図形の性質を利用して、いろいろな角度を求める 『角度の求め方を説明しよう』	ペア学習 説明場面有
第7時	合同な図形 『合同な図形の表わし方を知り、合同な図形の特徴を調べよう』	一斉授業
第8時	三角形の合同条件 『どんなことがわかると、三角形は合同と言えるだろうか』	一斉授業
第9時	仮定と結論 『仮定と結論の意味を理解しよう』	一斉授業
第10時	合同な三角形を探す 『合同な三角形を見つけ、合同条件を示そう』	ペア学習 説明場面有
第11時	全国学習・学力状況調査問題に取り組む	一斉授業
第12時	証明の記述(1) 合同な三角形を示すことで辺の長さが等しいことを証明する 『辺の長さが等しいことを証明しよう(1)』	ペア学習
第13時	証明の記述(2) 合同な三角形を示すことで辺の長さが等しいことを証明する 『辺の長さが等しいことを証明しよう(2)』	ペア学習
第14時	証明の記述(3) 合同な三角形を示すことで辺の長さが等しいことを証明する 『証明を記述し、根拠を明らかにしながら説明しよう』	ペア学習 説明場面有

書き込みながら説明したワークシートの図		生徒の説明(原文のまま)	①三角形の内角の和は180°	②n角形の中に、(n-2)個の三角形ができること	自己評価	他者評価	教師評価
2		<p>僕は、まず、表を書いていいですか。 四角形で、180が2つだったじゃないですか。 こっちは180が3つじゃないですか。 こっちは180が4つできるじゃないですか。 ぼくは、四角形から2を引いて、2が出るじゃないですか。 ということで、僕が考えた公式は、 n角形は、180×n-2</p>	△	△	2	3	2
		先生から	△	△			
		説明の中に「180」と出できますが、これが何であるのかを初めにはっきりと伝えよう。「三角形の内角の和は180°である」ことはこの説明の大切な根拠になります。2つ、3つ、4つ、n-2が何を表しているのか説明することも大事です。					

図1 第1時における生徒Aの説明とワークシートの図

ア 生徒の説明について（図1 中央上部）

根拠を明らかにしながら説明することができていたかどうかを調べるために、生徒の説明について、分析・評価を行った。評価のポイントとなる、明らかにしたい根拠は、図1右上部にある項目である。第1時では「三角形の内角の和は180°」、「n角形の中に、(n-2)個の三角形ができること」が数学的表現を用いて、明確に説明されているかどうかを評価した。

イ ワークシートの図について (図1 左部)

ワークシートの図は、説明者が書き込みながら説明するためのものであり、生徒に個人追究させる時には基本的にノートを使って課題を解決させる。ワークシートに書き込みながら説明することにより、説明を受けている側は説明者の思考をたどることができ、理解を深めることができると考えた。

ウ 自己評価・他者評価・教師評価 (図1 右部)

自己評価・他者評価は、1時間ごとに作成される評価用紙(図2, 3)の中の「納得できる説明であったかどうか」という質問項目の評定を転記したものである。評価の基準(図4, 5)に従い判定している。教師評価について、生徒Aの説明を見てみると、上記評価の判定基準について触れてはいるが、それを数学的な表現を用いて明確にした説明ができていない(図1では、△として判定されている)ことが分かる。よって教師評価の判定基準(図6)に従って「2」とした。

なお、4段階評価にした理由は、できたのかできなかったのかを明確にするためである。

4. 自己評価		【4 とてもよい 3 よい 2 もう少し 1 がんばって】			
①『主体的に取り組んでいたか』					
ア 聞き取りやすい声で説明をしたか。		4	3	2	1
イ わかりやすく説明しようと努力したか。		4	3	2	1
②『根拠を明らかにしていたか』					
“三角形の内角の和が180°であること”を使って説明したか。		はい	いいえ		
“多角形の中に三角形がいくつかできること”を使って説明できたか。		はい	いいえ		
③『筋道の立った説明をすることができていたか』					
納得させることができたか。		4	3	2	1
④『三角形の内角の和を求めるときの感想』					
自分の中でもまとまらずに、相手に上手に説明するのは難しかった。					

図2 第1時の自己評価シート

2. パートナーの説明を評価しよう。		【4 とてもよい 3 よい 2 もう少し 1 がんばって】			
①『主体的に取り組んでいたか』					
ア 聞き取りやすい声で説明をしていましたか。		4	3	2	1
イ わかりやすく説明しようとする気持ちが伝わってきましたか。		4	3	2	1
②『根拠を明らかにしていたか』					
“三角形の内角の和が180°であること”を使って説明していましたか。		はい	いいえ		
“多角形の中に三角形がいくつかできること”を使って説明できていましたか。		はい	いいえ		
③『筋道の立った説明をすることができていたか』					
納得できる説明でしたか。		4	3	2	1
④パートナーにメッセージ・アドバイス					
す、と同じことを(み、み)大きな声で話せばいいと思う。言わなくてもよから!					

図3 第1時の他者評価シート

自己評価
4 十分に納得させることができた。
3 まずまず納得させることができた。
2 あまり納得させられなかった。
1 まったく納得させられなかった。

図4 自己評価の基準

他者評価
4 よくわかった(十分に納得できた)
3 わかった(まずまず納得できた)
2 疑問が残った(あまり納得できない)
1 わからない(まったく納得できない)

図5 他者評価の基準

教師評価
4 判定材料(根拠となる事柄)を適切に用いて説明し、よく整理されている。
3 判定材料に関する説明がなされており、説明がおおむねできている。
2 判定材料に関する説明がなされているが、説明としてまとめられていない。
1 説明に根拠がなく、説明とはいえない。

図6 教師評価の基準

エ 先生から (図1 中央下部) について

生徒の説明を向上させるための所見である。改善の視点となるように記入してある。

以上のように、説明し伝え合う活動における評価を、単元を通して行った。最終回第14時の、生徒Aの説明記録を図7に示す。

書き込みながら説明したワークシートの図	生徒の説明(原文のまま)	①合同な三角形の明示	②合同条件の明示	③合同条件に当てはまる要素をすべて、根拠とともに示していること	自己評価	他者評価	教師評価
	仮定は 正方形 ABCD 正方形 DEFC 結論は、 △ADE と △CDG が合同 △ADE と △CDG で AD = CD 正方形はすべての辺が等しいですね。 ED = GD というのも正方形だからです。 ∠ADE = ∠CDG についてですが、 ∠ADC は 90° じゃないですか。90° から ∠EDC をひけばいいじゃないですか。 よって、∠ADE = 90° - ∠EDC ∠CDG も 90° - ∠EDC ですね。 そうすると、2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 △ADE と △CDG が合同ということがわかりますね。	○	○	○	3	4	4
	仮定と結論を明示した。 合同を示す三角形を示した。 合同条件を満たす3つの要素を、根拠と共に示した。 今回のポイントであった、等しい角度を同じ式で表すことができた。 申し分ない証明・説明でした。						

図7 第14時における生徒Aの説明とワークシートの図

第14時は、図7の左図において△ADEと△CDGが合同であることを証明する課題であり、評価の判定基準は、「結論（合同な三角形の組）を明示できること」「合同条件を明示できること」「合同条件に当てはまる要素のすべてを根拠とともに示していること」の三つである。中でもこの証明を完成させる上でポイントとなるのは、 $\angle ADE = \angle CDG$ となることを、根拠とともに示すことであった。生徒Aは $\angle ADE$ と $\angle CDG$ を同じ式($90^\circ - \angle EDC$)で示すことができた。教師評価は4とした。第14時では、第1時から見られていた指示語（こっちの、この、等）の使用がなくなり、数学的な表現を用いて図形やその部分を表すことができていた。

生徒Aの単元全体の評価をまとめたものが、図8のグラフである。教師評価の推移から、根拠を明らかにした説明を行えるようになった様子が見て取れる。高い評価点で推移した他者評価により自信を付け、自己評価も高まって、意欲的に学習することができたと考えられる。

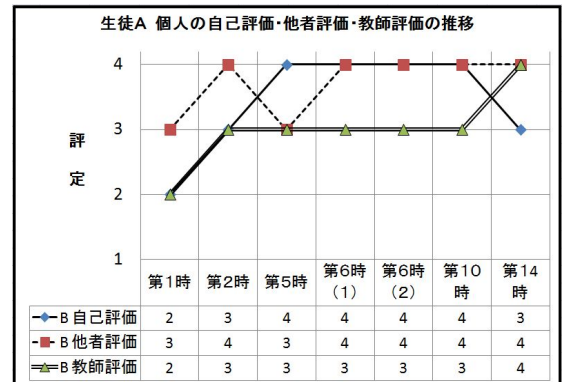


図8 生徒A個人の三つの評価の推移

3 考察

(1) 説明することに関する三つの評価の単元全体の推移

図9の自己評価について時間を追って見ていくと、徐々に評定4と3の割合が増えていることが見て取れる。このことから、生徒は説明をすることに対して自信を深めてきたものと考えられる。第10時と第14時において、評定4の人数に低下が見られるが、第10時から初めて三角形の合同の証明に入ったことや、課題の難易度の影響で、難しさを感じた生徒が多かったと推測できる。

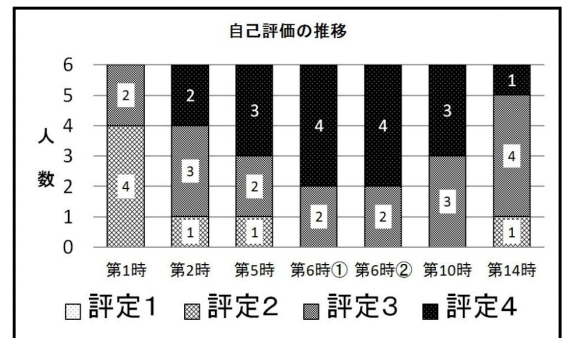


図9 自己評価の推移

図10の教師評価について、傾向は自己評価と同様に推移した。生徒は自分の説明を適切に評価していたと考えられる。また、評定4と3の増加は、数学的な表現を用いて、根拠を明らかにした説明ができてきたことを示すものである。前述の通り、第10時から初めて三角形の合同を証明する課題を扱ったにも関わらず、証明するための知識・技能を身に付けるための時間を十分に取らずに進めてしまい、それが影響して評定4が減少したが、その後のペア学習により理解が深まり証明の記述ができるようになった。第14時には評定4の人数が増え、これまでの学習の成果を感じるころである。

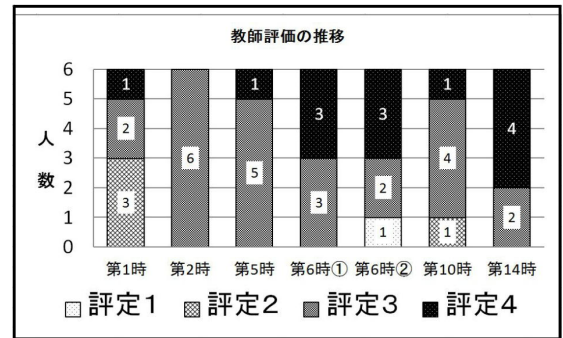


図10 教師評価の推移

図11の他者評価については、全体的によい結果となっている。これは、相手に評価されるということで、納得させられる説明を目指そうとする説明者の意識や意欲を高め、維持するために有効であったと考える。また、説明を受ける側も納得できたことを示すものであり、説明をよく聞いて理解に努めたことの証しでもある。

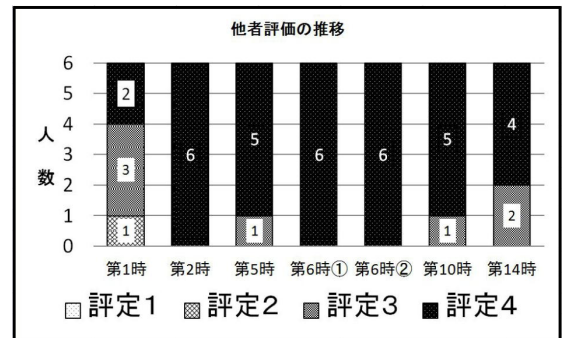


図11 他者評価の推移

(2) 説明に関する意識調査

図12は説明に関する意識調査の結果で、本研究の実施前と実施後に行った。各グラフ右側の数値は、生徒6名による5段階評価の平均値が示されている。単元に入る前と本研究後の結果を比較すると、若干ではあるが全体に上昇傾向が見られる。設問①の説明に対する苦手意識に関して変化はないものの、設問②④⑤の上昇については、説明に対する苦手意識は変わらないが、説明し伝え合うことへの意欲が高まった生徒や、自分

の考えを伝えたり、理解してもらおう喜びや楽しさを実感したりした生徒が増えたことが考えられる。また、説明中心の授業により説明への意識が向上したものと考える。このアンケートにより、説明し伝え合う活動を充実させることは、生徒の情意面にプラスに作用することが見て取れる。設問⑧では説明をすることは大変であると感じるようになったが、説明中心の学習にじっくりと取り組んだからこそそう感じているものと考ええる。

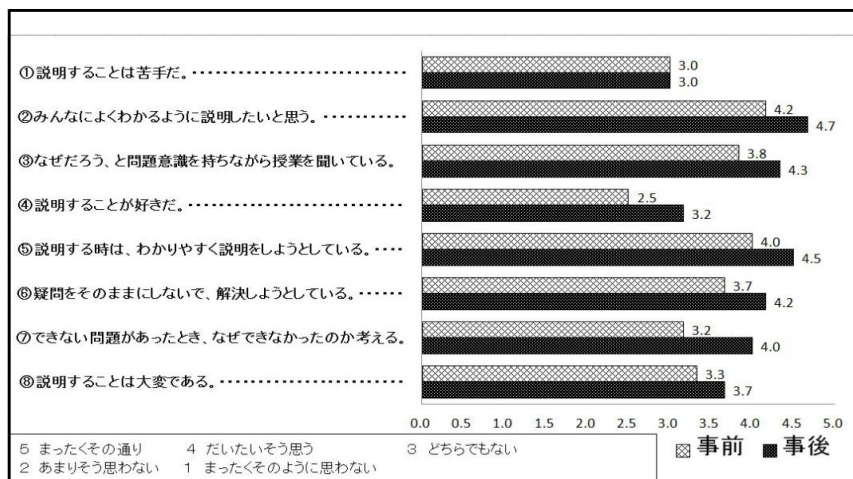


図12 説明に関する意識調査

V 研究のまとめ

図形の学習において、説明し伝え合う場面の積極的な設定とペア学習により、生徒は相互に関わり合い、根拠を明らかにしながら説明する経験を積むことができ、説明するための知識や技能を身に付けることができた。ここに評価を加えることで、説明をすることへの意識や意欲を向上させ、自分の説明を振り返り、改善を図ることができた。よって、説明し伝え合う場面を指導計画に位置付け、ペアによる学習形態で説明し伝え合う活動を行い、評価を工夫することで、数学的な表現を用いて、根拠を明らかにしながら説明する能力は、高まることが明らかとなった。

VI 本研究における課題

本研究は図形領域での実践であったが、説明し伝え合う数学的活動は全学年全単元で実践できる。また、説明し伝え合う学習は生徒主体の数学的活動場面であり、今回の実践で生き生きと活動する生徒の姿を見ることができた。それぞれの単元において、日常的に実践していくことが今後の課題である。今回研究対象であった本校生徒は6名と少人数であり、一般的な学級で行うことを考えると、一人一人の説明記録を文章化することには時間を要し、本研究のような教師評価をすることに困難が予想される。また、生徒間の学力差が大きい場合に説明場面ですまずきが予想される。これらの困難を解決する手だてを見いだすことが課題である。

<引用文献>

- 文部科学省 2008 『中学校学習指導要領解説 数学編（平成20年9月）』, p. 85, p. 156
 吉川厚「〔数学的活動 § 3 根拠を明らかにして考え説明し伝え合う活動（2） 第2学年：根拠を明らかにして考え説明し伝え合う活動〕 清水静海編著 2009 『中学校新学習指導要領の展開 数学科編』, pp. 152-153, 明治図書

<参考文献>

- 文部科学省 2008 『中学校学習指導要領解説 数学編（平成20年9月）』
 清水静海 編者 2008 『中学校 新学習指導要領の展開 数学科編 平成20年版』 明治図書

<参考URL>

- 文部科学省 2011 「言語活動の充実に関する指導事例集」
http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/gengo/1306108.htm (2011. 6. 1)