

小学校 算数

筋道を立てて考える力を育てるための指導法の研究
—加減の逆思考におけるテープ図の指導を通して—

中泊町立薄市小学校 教諭 津田 美幸

要 旨

数量関係の把握や演算決定が困難な逆思考の学習を通して、筋道を立てて考える力を育てたいと考え、その手だてとしてテープ図に着目した。テープ図のよさを実感できるような単元構成を工夫することで、テープ図を使って問題場面の数量関係を簡潔に表したり、根拠を明らかにして説明したりできるようになり、筋道を立てて考えることができるようになった。

キーワード：小学校 算数 加減の逆思考 テープ図 筋道を立てて考える力

I 主題設定の理由

小学校学習指導要領（平成20年3月告示）算数の目標に「日常の事象について見通しをもち筋道を立てて考え、表現する能力を育てる」と示されている。問題を解決するためには、方法や結果について見通しをもち、筋道を立てて考えなければならないし、その方法や結果が正しいことを示すために、根拠を明らかにしながら筋道を立てて説明することが必要である。これに対し学級の実態は、文章問題になると問題をよく読まずに「意味が分からない」と言ったり、「たし算で間違えたからひき算」と二者択一的な演算決定をしたりする児童が多く、問題の内容を順序よく整理し、見通しをもって筋道を立てて考える力が不足している。

そこで、数量関係の把握や演算決定が困難な逆思考の学習を通して、筋道を立てて考える力を育てたいと考え、その手だてとしてテープ図に着目した。児童にとって逆思考の問題もテープ図も初めて学習する内容のため、テープ図のよさを実感できるような単元構成を工夫することで、逆思考の問題場面の数量関係を簡潔に表したり、根拠を明らかにして説明したりできるようになり、テープ図を手だてとして、筋道を立てて考える力が育つのではないかと考え、本主題を設定した。

II 研究目標

加減の逆思考の問題場面において、テープ図のよさを実感できるような単元構成を工夫することで、テープ図を手だてとして筋道を立てて考える力が育つことを、実践を通して明らかにする。

III 研究仮説

加減の逆思考の問題場面において、テープ図のよさを実感できるような単元構成を工夫することで、テープ図を使って数量関係を簡潔に表したり、根拠を明らかにして説明したりすることができるようになり、筋道を立てて考える力が育つであろう。

IV 研究の実際とその考察

1 研究における基本的な考え方

(1) 筋道を立てて考えることについて

笠井は「「筋道を立てて考える」とは、問題解決の方法や結果が正しいことをきちんと示すために、根拠を明らかにしながら、一歩ずつ考えを進めていくことである」（笠井健一，2010），また「算数科の指導では、言葉による表現とともに、数、式、図、表、グラフといった数学的な表現の方法を用いることに特質がある。このような表現の方法について学ぶとともに、それらを活用する指導を工夫することが大切

である」(笠井健一, 2010)と述べ、数学的な表現方法を活用する指導の工夫の重要性を指摘している。

そこで、本研究では、様々な数学的な表現方法の中からテープ図を取り上げ、加減の逆思考の問題を解決する際、その方法や結果が正しいことを示すためにテープ図を用いて、根拠を明らかにしながら考えを進めていくことが、筋道を立てて考える力を育てることにつながると考えた。

(2) 加減の逆思考について

加減の逆思考は三つに分類でき、具体的な問題場面をテープ図に表すと図1のようになる。このようにテープ図に表すことで、①複雑に見える逆思考の問題も順思考で表すことができる、②大きな数量や連続量を表すことができる、③全体と部分との関係を視覚的に把握でき、三つの数量のどれを求めるかによって、加法や減法になることが分かり、演算決定が容易になる、④説明の道具としても有効で答えの確かめがしやすい、などのよさがある。

(3) テープ図について

問題場面の数量関係をどこまでテープ図に表すかは教科書によって異なるが、図2のアからエに整理することができる。オは本研究で使用するテープ図である。

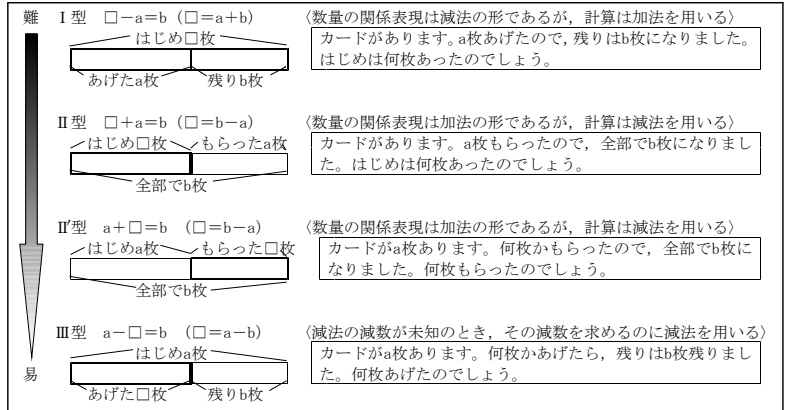


図1 加減の逆思考の三つの分類

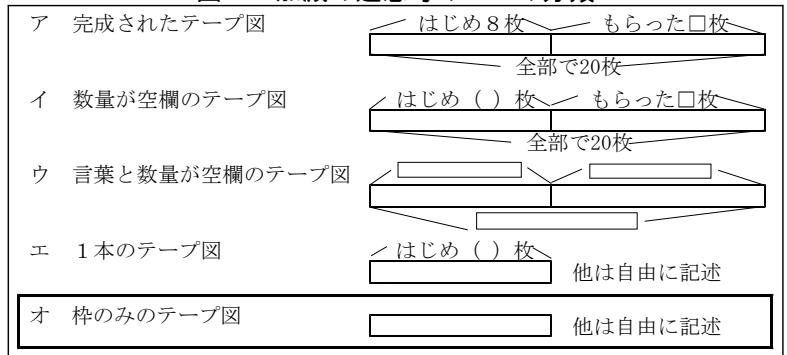


図2 テープ図一覧表

2 研究内容

(1) 各教科書の単元構成の比較と本研究の単元構成

表1は、平成23年度版の各教科書の第2学年におけるテープ図の導入及び逆思考問題を取り扱う単元を比較したものである。なお、I型からIII型は図1の三つの分類の番号を、アからオは図2の分類を表す。

表1 各教科書(平成23年度版)のテープ図の導入及び逆思考問題の取扱い並びに本研究の単元構成

A社	順思考 → III型 → I型 → II'型 → II型 アを基に式→答	イを基に式→答
B社	未知数なし → II'型 → I型 → II型 イを基に式→答	テープ図のかき方の説明→テープ図完成→式→答 イを基に式→答
C社	順思考 → III型 → II'型 → I型 テープ図のかき方の説明→テープ図完成→式→答 問題文のみ	ウを基に式→答
D社	逆思考 I型 → II'型 → II型 → III型 アを基に式→答 イを基に式→答	テープ図のかき方の説明 →テープ図完成→式→答 ウを基に式→答
E社	順思考 → II'型 → I型 → III型 イを基に式→答	ウを基に式→答
F社	未知数なし → II'型 → II型 → III型 → I型 アを基に式→答 テープ図のかき方の説明→テープ図完成→式→答	エを基に式→答 テープ図のかき方の説明→テープ図完成→式→答 問題文のみ
本研究	逆思考 I型 → 未知数なし → II'型 → II型 → III型 絵やアレイ図で考える → テープ図のかき方の説明→式→答	オを基に式→答 問題, テープ図, 式を関連付けて説明

逆思考の三つの型の指導の順序は、ほとんどの教科書でⅡ型やⅢ型で最初に取り上げている。これは第2学年の児童にとって、Ⅱ型やⅢ型のように「はじめの数」が分かっているものの方が抵抗感が少ないからだと思われる。しかし、本研究では児童にとって抵抗感が大きいと思われる「はじめの数」が分からないⅠ型を最初に取り上げる。そして、その抵抗感を取り除くために次時でテープ図のかき方をしっかり指導する。

また、提示されているテープ図も教科書によって様々であるが、本研究は筋道を立てて考える力を育てることがねらいなので、図2のアやイのテープ図ではなく、オの枠のみのテープ図を使って数量関係を表すこととした。

(2) テープ図のよさを実感できるような単元構成の工夫

① テープ図の導入として、加減の逆思考の場面を設定することについて

平成21年度版の教科書では、テープ図の導入として、逆思考の問題で行っているのが3社で順思考で行っているのが2社であった。平成23年度版になると、表1からも分かるように、逆思考での導入が1社に減り、順思考での導入が4社に増えている。これは逆思考の問題もテープ図も初めての学習なので、まず未知数のない文章題や加減の順思考の問題でテープ図の読み方やかき方を指導し、それを基に加減の逆思考の問題をテープ図で表すという単元構成にした方が児童の抵抗感が減少し、定着が図られると判断したからと考えられる。しかし、問題を一読しただけで演算決定ができたり、結果が見えてしまったりする順思考の場面では、図に表すなどして問題を整理する必要はない。

一方、逆思考のように問題場面が複雑であれば、数量関係を分かりやすく整理する必要がある。児童はこれまでに具体物やおはじき、数図ブロック、絵、アレイ図などの半具体物に置き換えて、問題場면을整理してきたが、その際の数量の大半は「個、人、本、…」など「幾つ」と数えられる分離量である。これらの置き換えは、数量が大きくなった場合、あるいは「長さ」や「かさ」、高学年で扱う「面積」「体積」「速さ」などの連続量ではかなり困難になると予想される。

よって本研究では、順思考でテープ図を指導するのではなく、言葉だけを見て解決できない逆思考の問題を取り上げる。まず、これまで使ってきた数図ブロックやアレイ図で考えるが、「数量関係がよく分からない」「数量が大きくなると対応できない」という思いをさせ、半具体物をテープ図に置き換えるという流れにする。それにより、テープ図の必要性やよさが分かり、より実感的理解を伴うと考える。

② テープ図の読み方やかき方の指導の時間を設定することについて

テープ図は便利だ、使ってみたくとも読めたりかけたりしなければ使えないので、テープ図の読み方やかき方については時間をかけて指導する必要があると考えた。その際、問題を一つずつ区切ってテープ図と対応させながら、どの言葉と数量を記入すればいいかを段階的にしっかり押さえていく。そして、問題の順にテープ図をかき加えていくことと、未知数がテープ図のどこに当たるかによって加法になったり減法になったりすることも、テープ図を見ながら考えさせたい。

③ 問題、テープ図、式を関連付けて説明する活動を設定することについて

自分の考えを説明する場面では、問題、テープ図、式の三つを関連付けて説明する活動を取り入れたい。問題をテープ図に表したり、テープ図を基にして立式したり、答えを問題やテープ図に当てはめて確認したりして関連付けて説明することで、考えを筋道を立てて分かりやすく伝えることができると考えた。

3 検証方法

児童の発言やワークシートの分析、事前・事後調査の評価テストの比較分析及び対象児童第2学年16名の意識調査の比較分析を実施する。

4 検証授業の実際

(1) テープ図の導入として、逆思考の場面を設定したことの検証

① 第1時【問題1：Ⅰ型】言葉だけを見て、演算決定できない

ドラえもんがカードをもっています。のび太に6まいあげました。のこりは8まいになりました。はじめは何まいもっていたのでしょうか。

「あげた」「残り」の言葉にとらわれて、ひき算にする児童がいるだろうと予想したが、全員たし算で答えを求めていた。しかし、なぜたし算にしたのか説明させたところ、「8-6だと2になって、はじめの数が2枚なのはおかしい」や「あげた6枚を返してもらった残りの8枚とたせばいい」など、たし算にした理由を言えたのは4名で、あとは「筆算でやれば分かる」といった計算方法の説明や、理由を説明で

きない児童がほとんどだった。

16名中4名は、カードの絵やブロック図をかいてから式を立てていた。感想の中に「たすのかひくのかよく分からなかった」「言葉だけ見ては駄目だと思った」「たし算にした理由を説明するのがすごく難しかった」などがあった。これらは順思考の問題だと出ない感想であり、問題を解くための手だての必要性を感じ、問題解決への意欲が高まったことからテープ図を導入することは有効であると考えられる。

②第2時【問題2：I型】テープ図を使うと、どんな大きい数量でも簡単に表すことができる

ドラえもんがカードをもっています。ジャイアンに16まいかしました。のこりは28まいになりました。はじめは何まいあったでしょう。

児童2名を前に出させて問題場面を動作化させたところ、数えているうちに枚数が分からなくなったり、カードを並べてはったりする作業が大変だという声が上がったりした。そこで、黒板に並べられたカードをテープ図に置き換えたところ、初めは、「はちまきみたい」「まわしみたい」「数が分からなくなる」などの反応であった。そこで、テープが何を表しているのか、児童とともに言葉と数量を確認しながらかき込んでいくと、「テープ図の方が見やすい」「分かりやすい」というように、テープ図のよさを感じ取っている反応が見られた。

また、練習問題を解かせた後の児童の感想には、かなりの児童がどんなに数が大きくなってもテープ図を使えば簡単に表せることを実感したというものが多かった。しかし、いざ自分でテープ図をかいてみると、初めて学習したものなので、どこに何をかいたらよいか分からない児童が多かった。問題の数量が何を表しているのか、その言葉と数量がテープ図のどの部分に当たるのかをしっかりと押さえる必要があると感じた。

(2) テープ図の読み方やかき方の指導の時間を設定したことの検証

第3時【問題3】

あめが35こあります。道に15こおとしたので、のこりが20こになりました。

第3時【問題4：I型】

ケーキが何こかありました。15こ食べたので、残りが22こになりました。はじめは何こあったでしょう。

まず、問題3で、それぞれの数量の意味を確認し、問題文を一つずつ区切って順番にテープ図に表す活動を行った。次に、「はじめの数」「落とした数」「残りの数」を求めるときのそれぞれの式とテープ図を対応させながら考えさせた。その後で問題4を提示し、言葉だけをかき込むテープ図に自分で言葉を記入し、それを基にして立式させたところ、テープ図と式ができたのは9名であった。数が示されていると、それが何を表しているのか問題から言葉を見つけてかくことができた児童は12名いた。本時でテープ図を自力で完成させたことで、自信をもち、テープ図に表すことを意欲的に行うようになった。

(3) 問題、テープ図、式を関連付けて説明する活動を設定したことの検証

①第4時【問題5：II'型】テープ図を使うと演算決定が容易になる

ケーキが24こあります。おとなりから何こかもらったので、ぜんぶで40こになりました。何こもらったのでしょうか。

前時の学習を受け、本時はオの枠のみのテープ図を提示した。また、本時では、自分の考えを説明する場面で「問題、テープ図、式を関連付けて説明する活動」を取り入れた。以下は、その様子である。

C1：「ケーキが24こあります」だから、まずここにかいて、次に「おとなりから何こかもらったので」だから、もらったんだからとなりにかいて、□にして、それで、「全部で40こになりました」だから、ここは「全部で40こ」です。聞いているのはここだから、式は $40-24=16$ 。答え16こです。

T：どうしてひき算なの？

C1：だって、もらった数が分からないんだから、ここは部分だから、部分を求めるときはひき算。

C1の児童は「まず」「次に」「それで」など順序を表す言葉を用い、「もらったんだからとなりにかいて」と根拠を明らかにし、問題とテープ図を対応させながら立式に至る理由を述べている。このやり取りを聞いて、正しいテープ図をかけなかった児童は「テープ図を間違えたけど、説明を聞いたから分かった」という感想をかいていた。

②第5時【問題6：III型】テープ図を使うと演算決定の根拠を分かりやすく説明することができる

リボンが52cmあります。何cmかあげたので、残りが16cmになりました。何cmあげたのでしょうか。

本時は、問題場面が減法で解法も減法で求める問題であり、連続量を扱っている。テープ図ができた12名は、全員立式もできていた。テープ図がかけなかった残りの3名は「あげた□cm」をどこにかくか分からなかったが話し合いを聞いて理解できていた。

T：「あげた□cm」をどうしてここにかいたの？昨日は「はじめ」のとりにかいてるよ。

C: 昨日は「もらった」だからとなりだけ、今日はあげたってあって減るから中にかきます。
 T: 減るときは「はじめ」のとなりじゃなくて、中にかくんだね。じゃ、どうしてひき算になったの？
 C: 「何cmあげた」ってあるから。
 T: えー、昨日は「何個かもらった」って、もらったのにひき算だったよ。
 C: テープ図見れば分かる。あげたのはここだから、ひき算です。

本時は数量関係の表現も解法も減法のため、テープ図をかいていても「あげた」からひき算と考えた児童がいた。問題と式だけを見るのではなく、問題、テープ図、式を関連付けて考えたり説明したりすることが再確認された。

(4) 単元全体を通したテープ図及び式の解答の推移について

テープ図の導入である第2時では、テープ図と式ができた児童は全体の半数以下だったが、第3時ではどちらも正解した児童が増えている。これは、テープ図の読み方やかき方を学習したことで、テープ図の理解が深まったからと考えられる。また、単元が進むにつれてテープ図のよさを実感し、それを

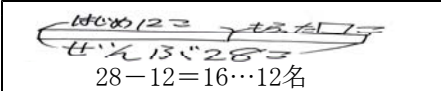
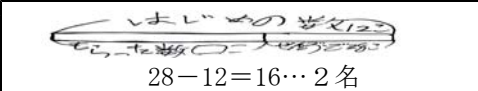
表2 単元全体を通したテープ図及び式の解答の推移

テープ図	式	第2時 I型 $\square - a = b$ ($\square = a + b$)	第3時 I型 $\square - a = b$ ($\square = a + b$)	第4時 II'型 $a + \square = b$ ($\square = b - a$)	第5時 III型 $a - \square = b$ ($\square = a - b$)
○	○	6名	9名	11名	12名
○	×	4名	3名	0名	0名
×	○	4名	2名	2名	2名
×	×	2名	1名	2名	1名

基に正しく立式できる児童が増えていることから、テープ図は演算決定に有効だと考えられる。

5 事前調査と事後調査の比較及び意識調査の結果

(1) 事前調査と事後調査の比較

ケーキが12こあります。おとなりさんから何かもらったので、全部で28こになりました。何かもらったのでしょうか。	
事前調査	① $28 - 12 = 16$ (今12こで、28こになるにはひけばいい) … 3名 ② $12 + ? = 28$ … 1名 ③ $12 + 16 = 28$ (最初に12こあって、16こもらうと28こになるから) … 6名 ④ $12 + 28 = 40$ (もらったからたし算) … 2名 ⑤ 無答 … 4名
事後調査	⑥  … 12名 ⑦  … 2名 ⑧ $28 - 12 = 16$ (アレイ図でかく) … 1名 ⑨ $12 + 28 = 40$ … 1名

事前調査では、正答①が3名のみで、約半数は意味を表す式②③をかいていた。④の2名は言葉だけを見て立式したことによる誤答で、無答が4名であった。

事後調査では、約7割に当たる12名が⑥のように棒や言葉、数量を自力でテープ図に表し、正しく立式することができた。テープ図を学習したことで、筋道を立てて考え、演算決定できたものと考えられる。また、テープ図、式ともに正答した12名のうち、9名は問題にそって「はじめ12こ」「もらった□こ」「ぜんぶ28こ」の順にテープ図をかいていたが、3名は「ぜんぶ28こ」「はじめ12こ」「もらった□こ」の順にテープ図をかいていた。これは問題を一読してから分かっていることと聞いていることを頭の中で整理し、全体の数が分かっているのだから、まずテープ図全体を「ぜんぶ28こ」と表したと思われる。表3の順思考からの単元構成で指導した第2学年に対しても同じ問題を行ったところ、このような順序でテープ図をかいた児童は一人もいなかったし、図3から分かるように、テープ図を手だてとして問題を解いたのは約4割だった。一方、逆思考でテープ図を導入した本研究の単元構成で指導した児童の大半が、テープ図を手だてとして問題を解いていた。このことから、テープ図のよさを実感できるよ

表3 順思考からの単元構成

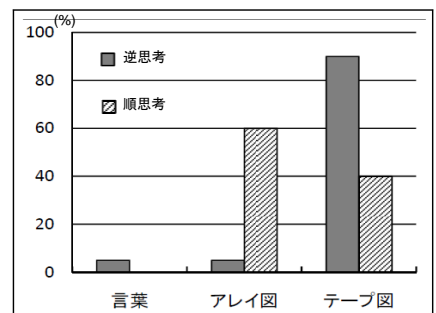
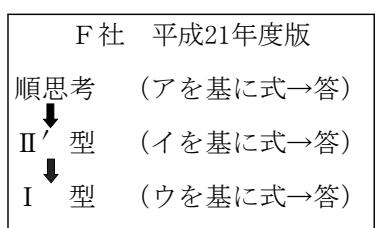


図3 何を手だてとして解いたか

うに単元構成を工夫したことで、積極的にテープ図を使って問題を解こうという意欲につながったと考えられる。

(2) 意識調査の結果

算数に対する意識調査では、「問題を読んで何算になるか考える」と「自分の考えを説明する」の伸びが大きかった。理由として「テープ図に表すと何算になるか分かるから」「テープ図を使うことで、考えを説明することができる」と答えた児童が多かった。また、この調査の記述内容の分析からも、テープ図は「思考の道具」「説明の道具」として有効であると言える。

問題を解くときにテープ図を使うかどうか調査したところ、約8割の児童が「テープ図を使おうと思う」と回答していた。「たし算かひき算か分からないとき、テープ図を使うと分かるから」「テープ図がないと式の説明が分からなくなる」などの理由からもテープ図のよさが分かっていると考えられる。

この後、かけ算の学習を行ったのだが、「9円の色紙6まいと80円ののりを買いました。ぜんぶでいくらになったでしょう」の問題で、図5のテープ図をかいた児童がいた。この他にも同様のテープ図をかいた児童が2名いて、問題を解くための手だてとしてテープ図を意欲的に使おうとしていることが分かる。

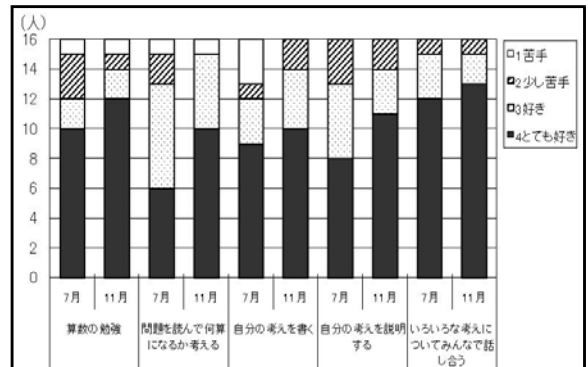


図4 算数に対する意識調査

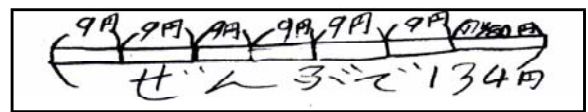


図5 児童のワークシート

V 研究のまとめ

1 テープ図の導入として、加減の逆思考の場面を設定したこと

- ・逆思考の問題は数量関係の把握や演算決定の根拠の説明が難しいので、絵や図などの必要性を感じた児童が多く、テープ図に表すことで数量関係が把握しやすくなり、演算決定が容易になることが分かった。
- ・問題の数量が大きくなったときは、絵や図に表すのが大変だと感じた児童が多く、どんな数量でも簡単に表せるテープ図のよさに気付くことができた。

2 テープ図の読み方やかき方を指導する時間を設定したこと

- ・問題とテープ図を対応させることで、言葉や数量の位置が分かり、テープ図への抵抗感が少なくなった。
- ・求める数量のテープ図の位置によって、加法や減法になることを理解できた。

3 問題、テープ図、式を関連付けて説明する活動を設定したこと

- ・問題、テープ図、式を関連付けることで、演算決定の根拠を筋道を立てて分かりやすく説明することができた。
- ・説明を聞いて自分のテープ図の間違いに気付き、正しいテープ図をかける児童が増えた。
- ・友達の分かりやすい説明を聞いて、自分も説明したいという児童が増え、学級全体の発言意欲の向上につながった。

以上の結果から、加減の逆思考の問題場面において、テープ図のよさを実感できるような単元構成を工夫することで、テープ図を手だてとして筋道を立てて考えることができるようになったと言える。

VI 本研究における課題

- ・テープ図と式が対応しない児童への指導やテープ図及び線分図の系統的な指導の工夫が必要である。

<引用文献>

文部科学省 2008 『小学校学習指導要領解説 算数編（平成20年8月）』, p. 18

笠井健一 2010 「小学校算数科における「思考・判断・表現」とその評価」『指導と評価11月号』, pp. 17-18, 図書文化