

中学校 数学

中学校数学科第1学年「資料の活用」領域において
資料の傾向をとらえ説明する力を育成する指導法の研究
－PPDACサイクルを通して－

義務教育課 研究員 山中 貴志

要 旨

中学校数学科第1学年「資料の活用」領域において、資料の傾向をとらえ説明する力を育成するために、PPDACサイクルを取り入れて単元を構成し、課題の設定から課題解決の計画、資料の整理、分析、結論の一連のプロセスによる学習活動を行った。検証問題の結果から、資料の傾向をとらえ説明する力の向上が示された。また、他者の主張を批判的に考察することが資料の傾向をとらえ説明する力の一助となることも示唆された。

キーワード：中学校 数学科 資料の活用 資料の傾向をとらえ説明する PPDAC

I 主題設定の理由

平成20年に改訂された現行学習指導要領において、中学校数学科では新たな領域として「資料の活用」が追加された。この領域の指導の意義について、中学校学習指導要領解説数学編（2008）には、「急速に発展しつつある情報化社会においては、確定的な答えを導くことが困難な事柄についても、目的に応じて資料を収集して処理し、その傾向を読み取って判断することが求められる。この領域では、そのために必要な基本的な方法を理解し、これを用いて資料の傾向をとらえ説明することを通して、統計的な見方や考え方や確率的な見方や考え方を培うことが主なねらいである。（中略）この領域の名称を『資料の活用』としたのは、これまでの中学校数学科における確率や統計の内容の指導が、資料の『整理』に重きをおく傾向があったことを見直し、整理した結果を用いて考えたり判断したりすることの指導を重視することを明示するためである」と示されている。

中央教育審議会では、平成27年8月の論点整理、平成28年12月の答申において、「社会生活などの様々な場面において必要なデータを収集して分析し、その傾向を踏まえて課題を解決したり意思決定をしたりすることが求められており、そのような能力を育成するため、高等学校情報科等との関連も図りつつ、小・中・高等学校教育を通じて統計的な内容等の改善について検討していくことが必要である」と指摘し、統計教育の重要性を提案していた。このことを受け、平成29年3月に告示された中学校学習指導要領数学編においては、「資料の活用」領域の名称を「データの活用」へと変更し、現在中学校第1学年で学習している「代表値」は小学校第6学年へ、現在高等学校数学Iで学習している「四分位範囲」や「箱ひげ図」は中学校第2学年へ移行することが示された。こうした統計教育の充実が、新学習指導要領数学科における改訂の大きなポイントの一つとなっている。新学習指導要領では「新しい時代に必要となる資質・能力」の一つとして「未知の状況にも対応できる思考力・判断力・表現力」が示されているが、統計教育はまさにその中核となるものであろう。

では、統計教育の現状はどうか。PISA2012の数学的リテラシーでは、日本はOECD加盟国34か国中2位と高水準である。数学的リテラシーは、内容ごとに4つのカテゴリーに分けられており、「資料の活用」領域は、「不確実性とデータ」のカテゴリーに該当する。国立教育政策研究所がカテゴリー別に分析した「OECD生徒の学習到達度調査～2012年調査国際結果の要約～」（2013）では、「数学的な内容の4つのカテゴリーのうち『空間と形』『変化と関係』の得点が相対的に高く、『量』『不確実性とデータ』の得点が相対的に低い」と指摘している。

また、平成27年度全国学力・学習状況調査数学B⁵（2）の、資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な表現を用いて説明することができるかを問う問題では、全国正答率24.0%、無解答率29.1%であり、無解答率が正答率を上回っている。同調査報告書では、「資料の傾向を的確に捉え、判断の理由を数学的な

表現を用いて説明することに課題」と指摘し、指導の充実を求めている。さらに、「本設問を使って授業を行う際には、分布の中に極端に離れた値があることから、平均値だけで判断するのではなく、グラフで分布の特徴を視覚的に捉えたり、他の代表値を求めたりして、資料の傾向を捉えることができるように指導することが大切である。その際、判断の理由を互いに伝え合い、他者の主張を批判的に考察する場面を設定することが考えられる」ことを提案している。なお、平成25年度全国学力・学習状況調査数学B⁵(2)の、資料の傾向を的確に捉え、事柄の特徴を数学的に説明することができるかを問う問題でも、全国正答率25.5%、無解答率42.1%で、無解答率が正答率を大きく上回っている。平成28年度全国学力・学習状況調査数学Bでは全国正答率48.1%、無解答率18.8%と改善傾向が見られたが、報告書では引き続き「課題がある」と述べている。

同様に、青森県学習状況調査では、平成27年度数学¹⁷(2)ヒストグラムや度数分布表を用いて資料の傾向をとらえ、説明することができるかを問う問題において、県通過率13.7%と課題がある。この傾向は、同調査平成26年度数学¹⁷(2)ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ、説明することができるかを問う問題において県通過率21.5%、平成25年度数学¹⁸(2)ヒストグラムや代表値を用いて資料の傾向をとらえ、説明することができるかを問う問題において県通過率38.4%であることから、継続して見られる課題である。

以上のことを踏まえて、これまでの筆者の授業実践を振り返ってみると、説明し伝え合う活動については、数学的な表現を用いることや、根拠を明らかにした説明を意識すること、互いの説明を批判的に考察し合うことに重点を置いていなかったという反省があげられる。また、説明する場面についても、生徒が主体的に課題に取り組み、様々な視点で説明する授業の工夫が不足していたと感じる。

そこで本研究では、中学校第1学年「資料の活用」領域において、生徒が主体的に課題を発見・設定し、その課題を解決するための計画、資料の整理、分析、結論までの一連のサイクルで学習するPPDACサイクルを取り入れた活動が、資料の傾向をとらえ説明する力を育成するために有効であると考え、本主題を設定した。

II 研究目標

中学校数学科「資料の活用」領域において、資料の傾向をとらえ説明する力を育成するためには、課題の発見から解決までの一連のサイクルで学習する、PPDACサイクルを取り入れた活動が有効であることを、実践を通して明らかにする。

III 研究仮説

中学校数学科「資料の活用」領域において、課題の発見から解決までの一連のサイクルで学習する、PPDACサイクルを取り入れた学習活動を行うことで、資料の傾向をとらえ説明する力が育成されるであろう。

IV 研究の実際とその考察

1 資料の傾向をとらえ説明する力について

中学校第1学年「資料の活用」領域の目標は、「目的に応じて資料を収集して整理し、その資料の傾向を読み取る能力を培う」ことである。

「資料の活用」領域の指導の意義について、中学校学習指導要領解説数学編(2008)には、「ヒストグラムを作ったり確率を求めたりすることだけでなく、それらを基にして事象を考察したり、その傾向を読み取ったりできるようにすることも大切な指導の目的である」と示されている。

度数分布表やヒストグラム、度数折れ線は、階級の幅をどのようにとるかによって読み取る資料の傾向が異なる。例えば、中学校学習指導要領解説数学編(2008)には、ある中学校の第1学年の男子生徒100人のハンドボール投げの記録が例示されている(図1)。この記録は、階級の幅を3mにすれば単峰型(図2)、2mにすれば双峰型(図3)のヒストグラムとなり、どちらを用いるかでヒストグラムの形が異なる。階

16, 12, 27, 18, 18, 23, 22, 24, 15, 13
26, 12, 24, 24, 15, 10, 18, 15, 18, 18
18, 18, 15, 16, 21, 11, 12, 20, 26, 27
16, 20, 25, 21, 18, 18, 23, 16, 18, 24
16, 18, 14, 18, 14, 14, 18, 15, 14, 18
23, 23, 23, 14, 14, 21, 21, 27, 25, 23
20, 22, 27, 18, 18, 14, 18, 18, 27, 24
15, 25, 15, 24, 23, 21, 25, 25, 15, 16
24, 11, 25, 23, 13, 13, 20, 15, 20, 26
18, 20, 25, 22, 23, 23, 21, 22, 16, 22

図1 ある中学校の第1学年男子生徒100人のハンドボール投げの記録

級の幅や横軸の初期値を設定することに留意しながら、目的に応じて適切な度数分布表やヒストグラムが作成できることが求められる。また、中学校で学習する代表値には、平均値、中央値、最頻値がある。栢元 (2013) は「多くの生徒 (大人も) はデータを見るとすぐに平均値を出したり、平均値を信じたりします。平均値は求め方が簡単で便利な指標ですが、極端な値 (はずれ値) に平均値が引きずられるので、『平均値は頑健 (robust) でない (頑健性をもたない) 』ということがあります」と述べている。その場合、中央値あるいは最頻値を用いた方が資料の傾向をとらえやすくなる。このように、目的に応じて資料を整理し、適切な代表値を用いることが、資料の傾向をとらえ説明するための前提となる。

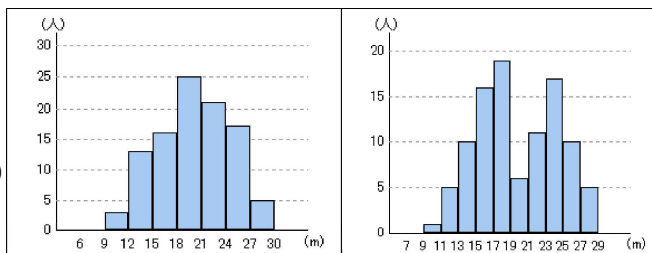


図2 階級の幅3mのヒストグラム

図3 階級の幅2mのヒストグラム

さらに、資料の傾向をとらえ説明するためには、根拠が不可欠である。根拠を明らかにして説明することは、より論理的な説明を形成する。平成25年度全国学力・学習状況調査数学B⁵では、学級の生徒が美しいと思う長方形について分かることを、ヒストグラムの特徴を基に説明する問題が出題されている。この問題の無解答を除く誤答として最も多かったのは、全国学力・学習状況調査報告書【中学校】数学 (2013) に例示されている「学級の生徒が美しいと思う長方形は、1.5倍以上 1.7倍未満である。」というような、主部の記述がなく述部の記述が十分でなかったり、主部や述部の記述に誤りがあったりする解答タイプの反応率であり、正答率25.5%を上回る29.6%を占めている。同報告書は、「このように記述した生徒は、ヒストグラムの『最も度数が大きい階級』に着目することはできたが、その特徴である『1.5倍以上 1.7倍未満の階級の度数がすべての階級の中で最も大きい』ことを記述しなかったと考えられる」と述べている。このことから、度数分布表やヒストグラムから読み取ったことや求めた代表値から分かること、すなわち、分析した結果を根拠として説明することが必要であるといえる。

「資料の活用」領域は、第2学年では確率を用いて不確定な事象をとらえ説明すること、第3学年では標本調査において母集団の傾向をとらえ説明することが、中学校学習指導要領解説数学編 (2008) に示されている。つまり、3年間の学習を通して、事象や資料の傾向をとらえ説明することを重視している。第1学年では、前述したように、目的に応じて資料を整理し、適切な代表値を選び、数学的な表現を用いて説明する力が求められる。数学的な表現とは、言葉や数、式、図、表、グラフを適切に用いることであるが、特に第1学年の単元では、統計的な指標を用いることが重視される。全国学力・学習状況調査では、資料の傾向をとらえ数学的な表現を用いて説明する趣旨の問題が毎年のように出題されているが、誤答例の中には、数学的な表現や統計的な指標を用いていないものがあると報告されている。例えば、平成24年度全国学力・学習状況調査数学B³では、原田選手と船木選手のスキージャンプの選手選びの問題が出題されており、誤答例の中には、「船木選手の方が安定して飛んでいるから」というように、統計的な指標を用いずに解答したものがある。船木選手の方が105m以上 (または110m以上、115m以上) の階級の累積度数が大きいことなど、学習した用語や値の意味を理解し、数学的な表現を用いることが必要である。

これらのことを踏まえ、本研究における「資料の傾向をとらえ説明する力」を次の3点で定義する。

- ① 資料の整理方法や用いた代表値が、結論に対して適切である。
(結論に対して適切な度数分布表、ヒストグラム、度数折れ線、相対度数、平均値、中央値、最頻値を用いている。)
- ② 主部、述部を明確にして根拠を示している。
- ③ 数学的な表現を用いている。

2 PPDACサイクルについて

渡辺ら (2012) によれば、ニュージーランドは、数学の学習時間の3分の1を統計教育に割り当てる、2007年からは学校教育の教科名を「数学」から「数学と統計」に変更する、統計的問題解決のプロセスを「PPDACサイクル: Problem→Plan→Data→Analysis→Conclusion」として明示するなど、統計的問題解決をする力を行動特性として定着させる仕組みをとっている。

PPDACサイクルの各プロセスは以下のとおりである (図4)。

- ① Problem (課題の明確化) …解決すべき課題をとらえる。
- ② Plan (課題解決の計画) …何をどのような方法で整理し、そのためのデータをどのように収集する

- かを考える。
- ③ Data (資料の収集, 整理) …データを集め, 記録, 整理する。
 - ④ Analysis (分析) …表やグラフ, 代表値等から分かる傾向を読み取る。
 - ⑤ Conclusion (結論) …分析した結果から, 課題に対する結論を出す。

このPPDACサイクルを取り入れることにより, 次のような成果が期待される。

まず, Problemのプロセスで, 生徒が主体的に課題設定をすることで, 目的意識をもち, 課題発見力の育成にもつながる。

Planのプロセスでは, 課題解決の計画を立てることで, 適切な資料の整理方法や代表値を用いる見通しをもつことにつながる。

Dataのプロセスでは, 収集した資料を度数分布表やヒストグラムを用いて整理することが必要になり, これは本単元を学習する上で欠かせないものである。かつて中学校・高等学校の数学が扱っていた統計教育は, 最初からデータが与えられており, 与えられたデータをグラフ化したり, 基本統計量を求めたりすることによって何らかの知見を得るというものであった。しかし, 社会に出て直面する多様な問題を分析する際には, 都合の良いデータばかりが用意されているわけではなく, データの抽象化, 単純化を行う必要性も学ばせていく必要がある(渡辺ら, 2012)。したがって, 実際の日常や社会から得た課題やデータの使用を重視することにより, データの抽象化, 単純化も学びつつ, 統計と実社会が結びついていることの実感や, 課題解決の必要性をもたせることができると考える。

また, これまでの筆者の授業実践では, 分析した結果から結論を述べる際, AnalysisとConclusionを一括りとして扱うことが多かった。しかし, AnalysisとConclusionを明確に区分することで, Conclusionを述べるための根拠がAnalysisであるという, それぞれのプロセスの意義が実感でき, 根拠の明らかな説明を形成できるのではないかと考える。本研究の検証授業においては, この過程に個々が分析した結果をグループで批判的に考察し, 議論する場面も設定する。

このように, PPDACサイクルは, 資料の傾向をとらえ説明する力を育成するために必要な要素を網羅するものと考えられる。本研究においては, 1単位時間にPPDACサイクルを設定し, 全6次の授業実践に取り組むこととする。

3 検証授業の実際

検証授業は研究協力校第1学年3学級(A～C組)の生徒81名を対象に, 平成29年2月13日から平成29年3月17日の期間に実施した。単元指導計画は表1のとおりである。以下に授業の実際について記述する。なお, 表2から表7は, 第1次から第6次のPPDACを表したものである。

(1) 第1次「度数分布表, ヒストグラム, 度数折れ線」

生徒全員に20～30cm程度の紙テープを配布し, 目分量で10cmに切り取らせた。定規を使って実測させると, 生徒は自然に近くの者同士で記録を比較し始めた。そこで筆者から, 何が知りたいのかを問い, 生徒の意見を基にして, この学級の長さに対する感覚にはどのような傾向があるか, という課題を設定した。さらに長さの感覚を調べるにはどうすればよいか, という筆者の発問に対し, 生徒から表やグラフに整理すれば見やすくなるという意見が出た段階で, 度数

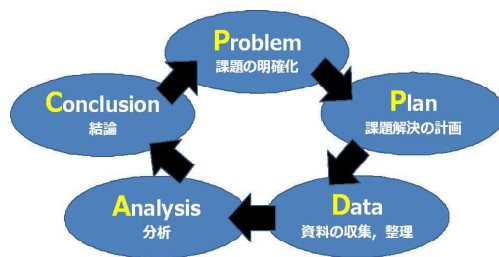


図4 PPDACサイクル

表1 単元指導計画

次	学習内容
1	度数分布表, ヒストグラム, 度数折れ線
2	二つのヒストグラムの比較
3	相対度数
4	平均値, 中央値
5	最頻値, 資料の活用①
6	資料の活用②

表2 第1次のPPDACサイクル

Problem	目分量で10cmに切った紙テープから, この学級の長さに対する感覚を調べる。
Plan	どのようにデータを整理すればよいか考える。
Data	学級全体のデータを表やグラフにまとめる。
Analysis	ヒストグラムから分かる傾向を読み取る。
Conclusion	学級全体の長さの感覚について結論を説明する。

分布表、ヒストグラムを定義した。ヒストグラムを作成するに当たっては、普段学級で使用している、生徒の名前の入ったマグネットのネームプレートを活用し、自分の記録の該当箇所に各自で貼り付けていった(図5)。その後、ヒストグラムから分かる傾向を読み取り、個人で考えた結論を班で発表し合い、班としての結論にまとめた。その際、他者の意見を批判的に考察する視点を、①課題の結論として適切か、②根拠は明確か、③よりよい表現にできるところはないか(具体的な数値等を使えるところはないか)とし、この3点を重点的に考えることを、第1次のみ確認した。



図5 紙テープの長さについてのヒストグラム

実際の長さと同じ、という基準をどのように定めるかを、各自及び各班で考え、それを班内で議論する様子が多く見られた。根拠として10.0cm以上と10.0cm未満の度数を比較した班が3学級全21班中13班であった。また、B組では、11.0cm以上の人数が学級全体の半数以上であることを根拠に、実際の長さよりも大きくとらえる人が多い傾向にあることを7班中4班が述べていた。「9.0cm以上10.0cm未満の人が3人しかいないので、実際の長さよりも大きくとらえる人が多い傾向にある。」など、一つの階級のみを根拠としており、結論としては適切ではない説明をした班が全21班中4班あった。

他の学級でも紙テープの記録をとったこと、または記録をとる予定であることを伝えて関心をもたせ、次回、他の学級のデータを示すことを予告した。

なお、本授業は『中学校数学科統計指導を極める』(裕元, 2013)を参考にして構成したものである。

(2) 第2次「2つのヒストグラムの比較」

第1次で使用した紙テープのデータを引き続き使用した。他の学級のヒストグラムを提示し、どちらの学級の方が正確に切り取ることができたのかが知りたい、という生徒の意見を引き出して課題を設定した。第1次で作成したヒストグラムは、B組は階級の幅を1.0cm、A組とC組は0.5cmと、各学級で異なる階級の幅でヒストグラムを作成していた。このため、階級の幅の異なる学級と比較することにより、どちらの方がより正確に紙テープを10cmに切り取ることができたといえるのか、という学習課題を設定した。ヒストグラムを見比べると、自分たちの学級と他の学級では階級の幅が違うことに気付いた。階級の幅が異なるヒストグラムは比較しにくいいため、階級の幅を揃えて比較することの必要性をもたせ、実際に比較した結果を説明し合う活動へと展開した。

表3 第2次のPPDACサイクル

Problem	自分の学級と他の学級の長さの感覚を比較する。
Plan	階級の幅が異なるヒストグラムは比較するのが困難であることに気づき、階級の幅を一方のヒストグラムに揃えて比較するという見通しをもつ。
Data	一方のヒストグラムを再作成する。
Analysis	二つのヒストグラムから分かる傾向を読み取る。
Conclusion	自分の学級と他の学級の長さの感覚を比較した結論を説明する。

A組、B組ではA組(0.5cm)とB組(1.0cm)のヒストグラムを、C組ではC組(0.5cm)とB組(1.0cm)のヒストグラムを比較し、階級の幅0.5cmのヒストグラムは1.0cmに作り直して比較した。結論として、正確に切り取った学級名とその根拠を適切に述べる事ができた班は3学級全21班中14班であった。A組とB組では、9.0cm以上11.0cm未満の階級を正確に切り取った基準として比較した班が14班中11班であった。C組では、C組とB組のヒストグラムを比較したが、9.0cm以上11.0cm未満の人数が両学級とも10人と同数になったため、8.0cm以上12.0cm未満の階級を正確に切り取った基準として比較した班が3班であった。残りの4班は、範囲で比較したり、9.0cm以上10.0cm未満など偏った階級で比較しており、根拠としては適切ではなかった。このような根拠として適切ではない説明は、他の班からの指摘を受けて修正し、学級全体で共有した。

最後に、研究協力校の職員の紙テープの記録をとってあることを伝え、比較への新たな意欲と問いをもたせた。

(3) 第3次「相対度数」

第1次、第2次に続き、紙テープの記録を題材にした。研究協力校の協力を得て、職員16人分の記録を事前に採取した。第2次では自分の学級と他の学級の記録を比較したのに対し、第3次は、自分の学級と職員との記録を比較した。

第2次は階級の幅の違いによって比較に困難が生じたが、第3次では学級の人数が27人であるのに対し、

職員数は16人であるため、度数の合計の違いによる比較の困難に気付かせた。比較しやすくするための方法として、生徒から割合の考え方が提示された段階で、相対度数を定義した。

A組では7班中6班が、A組の方が正確に切り取ったと結論付け、6班全てが9.0cm以上11.0cm未満の相対度数を比較した結果を根拠としていた。職員の方が正確に切り取ったと結論付けた1つの班では、9.0cm以上12.0cm未満という偏った階級で比較しており、他の班からの指摘を受けて修正した。また、B組、C組では、

14班中13班で、職員の方が正確に切り取ったと結論付け、根拠を基にした適切な結論が出されていた。適切ではない結論を述べた班は、10.0cm以上12.0cm未満と、偏りのある階級を比較していた。

(4) 第4次「平均値、中央値」

第4次より学習場所を各教室からコンピュータ室へと移した。

国語と数学のテストで点数がともに70点である生徒を題材として扱った。ある生徒は70点という点数は学級内では良い方だろうと考えたが、この考えが正しいかどうかを発問したところ、

「学級の他の人の点数が分からないから何とも言えない。」「平均点が分からないから何とも言えない。」「順位もみる必要がある。」等の意見が出た。そこで、この生徒の所属する学級全員の国語、数学の点数一覧を表計算ソフトにて提示した。この生徒の国語と数学のテストの点数は良かったといえるのか、その理由を説明するという課題を設定したのち、国語と数学それぞれの平均点を計算した。平均点はどちらも同じ68点であり、

平均値だけでは分布の様子がとらえられない場合があることを確認した。さらに、代表値として扱われるものには平均値の他にも中央値があることを教え、中央値を定義した。なお、本題材においても研究協力校の実際の点数データを扱うことで、より現実的な統計学習に触れることができると思われるが、個人情報に関わるデータであることから、第4次に限り架空データを扱うことにした。また、生徒には表計算ソフトのソート機能や関数機能を教え、一人一台パソコンを使って分析した(図6)。

分析に当たっては、宮崎大学藤井良宜教授が開発したソフトウェアSimplehistを使用し、第4次以降の授業でも使用した。

結果、全21班において、この生徒の考えは正しいとは言えない、という結論が出された。根拠として中央値を用いて比較した班が21班中15班、順位を用いた班が5班、ヒストグラムの累積度数を求め、「国語は70点以上100点以下が7人であるのに対して、数学は70点以上100点以下が18人いる」ことを根拠とした班が1班であった。

なお、本授業は『中学校数学科 新領域「資料の活用」の授業プラン』(新井, 2009)を参考にして構成したものである。

(5) 第5次「最頻値、資料の活用①」

靴販売店の立場になり、男性用1000足、女性用1000足、計2000足の靴の仕入れをするために、どのような情報があればよいかを発問した。生徒からは、どのサイズがよく売れているかのデータ、足の大きさの平均値、最大値と最小値などの意見が出た。売り上げデータは入手するこ

表4 第3次のPPDACサイクル

Problem	自分の学級と職員の長さの感覚を比較する。
Plan	度数の合計が異なるヒストグラムはそのままでは比較しにくいことに気づき、割合(相対度数)で比較する必要があるという見通しをもつ。
Data	相対度数を求め、相対度数についてのヒストグラムを作成する。
Analysis	二つのヒストグラムから分かる傾向を読み取る。
Conclusion	二つの集団の「長さの感覚」を比較した結論を説明する。

表5 第4次のPPDACサイクル

Problem	平均点も実点も等しい二つの教科のテストの出来のよさは同等と言えるのか、という問いをもつ。
Plan	問いを追究するためにはどのようなことが分かればよいかを見通す。
Data	Planで考えた事項を実際に求め、整理する。
Analysis	必要な情報を整理・分析し、傾向を読み取る。
Conclusion	課題に対する結論を説明する。



図6 コンピュータを用いたデータ分析

表6 第5次のPPDACサイクル

Problem	靴販売店の立場になり、どのサイズをどのくらい仕入れる必要があるのか、問いをもつ。
Plan	どのような資料があれば役立つかを見通す。
Data	Planで考えた事項を実際に求め、整理する。
Analysis	必要な情報を整理・分析し、傾向を読み取る。
Conclusion	課題に対する結論を説明する。

とができないことを伝え、代わりになるものは考えられないかと発問したところ、足の大きさのデータでもよいという意見が出たので、この段階で「人体寸法データベース 1997-1998」から得た、男性 110人、女性 105人分の足の大きさのデータを提示した。

Simplehistを使用し、データからヒストグラムを作成した。このヒストグラムは男性と女性のデータを合わせたヒストグラムであるので双峰型になることを確認し、一般的に靴には男性用、女性用があることから、男女別で考えるべきであることを確認した。

男性用のヒストグラムを作成した時点で、本題材の導入段階で意見として出ていた「平均値を求めること」にはあまり意味がないことを確認し、代表値として最頻値があることを伝え、定義した。

結論としては、全21班において、各階級の相対度数を求め合計が1000足になるように一つ一つの階級の度数を計算して各サイズの仕入れ数を求めていたが、正確な靴の仕入れ数まで導出できた班は21班中10班に留まった。他の10班は、求め方の手続きについては正しい記述であるものの、正確な靴の仕入れ数まで記述していなかった。また、説明としては不十分である班が1班あり、この班は「相対度数を求めて1000をかける。」という表現に留まっていた。

本題材は最も身近な代表値である平均値はどのような場合でも有用なわけではなく、最頻値が適している場合もあるということを示す意味では一定の有効性はあるものの、最頻値を使用して説明することの必要性に欠けていたことは筆者の反省点であった。

なお、本授業は『中学校数学科「数学的な表現力」を育成する授業モデル』（裕元，2009）を参考に構成したものである。

(6) 第6次「資料の活用②」

研究協力校のある東北町の人口は何人なのかを発問したのち、平成27年は17,969人であったことを伝えた。続けて、この人口が青森県内40市町村の中では多い方なのか、少ない方なのかを発問したところ、A組24人、B組13人、C組22人と、大半の生徒が、少ない方であると予想した。

青森県内40市町村の人口はそれぞれ何人なのかのデータを集める際、データの発信元が信頼できるかどうかを検討する必要があることに触れ、総務省がe-statというホームページで国勢調査の結果を公開していることを紹介した。生徒は取得したデータを表計算ソフトで並べ替えたり、Simplehistでヒストグラムの作成や代表値を計算したりしながら分析した。

結果、全21班中19班が「東北町の人口は多い方である。」と結論付けた。根拠として、「東北町の17,969人という人口は中央値12,302人を上回っており、順位も40市町村中13番目と高い方にあるから。」というように、中央値と順位の2点から述べた班が9班、中央値のみを述べた班が9班、順位のみを述べた班が1班であった。また、このうち2班は、本題材においては平均値だけでは判断できないことまで言及していた。

一方、「東北町の人口は少ない方である。」と結論付けた班が2班あった。根拠として平均値32,726人を下回っていることを述べており、平均値のみに依存する生徒が依然として見られた。これらの班については、他の班からの指摘を受けて平均値だけで判断するには適さない課題であること、実際に青森県は青森市、八戸市、弘前市の3市の人口が他の市町村に比べて大きく上回っており（図7）、この3市に平均値が引きずられていることを確認した。本題材では、階級の幅のとり方により変化はするが、最頻値を上回ることも根拠として用いることが可能である。しかし、最頻値を根拠に用いて説明した班がなかったことは、第5次において最頻値の有用性を十分に実感させることができていなかったことの表れであると考えられる。

なお、本授業は『生徒のための統計活用～基礎編～』（総務省政策統括官，2016）を参考に構成したものである。

表7 第6次のPPDACサイクル

Problem	東北町の人口は何人なのか、多い方なのか少ない方なのか、問いをもつ。
Plan	どのように調べ、どのような値を求めればよいかを見通す。
Data	Planで考えた事項を実際に求め、整理する。
Analysis	必要な情報を整理・分析し、傾向を読み取る。
Conclusion	課題に対する結論を説明する。

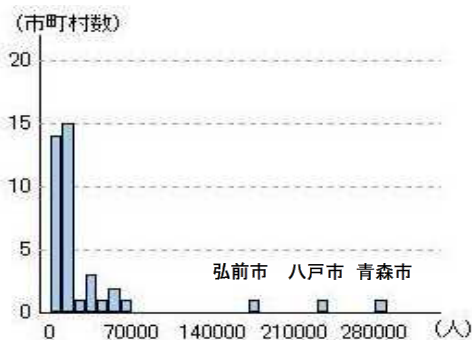


図7 青森県40市町村の人口について生徒が作成したヒストグラムの一例（階級の幅10,000）

4 結果と考察

(1) 検証問題の考察

検証授業実施前の事前調査として、PISA2003の数学的リテラシーのうち、「資料の活用」領域に関連のある「盗難事件の問題」、「テストの点数の問題」、「ゴミの問題」を実施した(図8)。「盗難事件の問題」は全国正答率29.1%、研究協力校22.8%と、6.3ポイント下回った。なお、この問題における正答率の定義は、完全正答の割合に部分正答の割合を0.5倍して加えたものである。全国の完全正答率11.4%、研究協力校8.6%と、ここでも2.8ポイント下回った。

「テストの点数の問題」は全国正答率54.5%、研究協力校58.0%と、3.5ポイント上回った。「ゴミの問題」は全国正答率59.9%、研究協力校58.0%と、1.9ポイント下回った。

同じく事前調査として、「資料の活用」領域に関連のある小学校学習指導要領実施状況調査「気温の問題」、「ソフトボールの問題」を実施した(図9)。「気温の問題」は全国正答率37.8%、研究協力校45.7%と、7.9ポイント上回った。「ソフトボールの問題」は全国正答率46.6%、研究協力校38.3%と、8.3ポイント下回った。

これらの問題は、いずれも資料を読み取り、そこから判断できることを説明する問題である。問題により差があるものの、研究協力校は5問中3問で全国正答率を下回っており、事前調査の段階では、資料の傾向をとらえ説明する力が十分とは言えないことを示唆している。

一方、事後調査として、平成24年度から平成28年度までの全国学力・学習状況調査で出題された「資料の活用」の「説明する問題」を検証授業後に実施した(図10)。

なお、平成26年度については出題された単元が「確率」の内容であったため、本調査から除外した。平成24年度の問題は全国正答率47.1%、研究協力校56.8%、平成25年度の問題は全国正答率25.5%、研究協力校33.3%、平成27年度の問題は全国正答率24.0%、研究協力校60.5%、平成28年度の問題は全国正答率48.1%、研究協力校53.1%と、全ての年度において研究協力校の正答率が上回った。

このうち全国正答率と研究協力校の正答率の差が最も大きかった平成27年度は、「落とし物調査の問題」が出題されている。報告書の解答類型では、①ははずれ値による平均値の引き下げがあること(解答類型1, 4)、②1学級を除けばグラフの概形に大きな変化がないこと(解答類型2, 5)、③最大値が含まれる階級の度数が増えていること(解答類型3, 6)のいずれかを根拠に用いていれば正答としている。反応率は①が全国0.4%、研究協力校11.1%、②は全国0.1%、研究協力校0.0%、③は全国23.4%、研究協力校49.4%であった。つまり、研究協力校は①と③の反応率が高く、全国正答率を大きく上回った要因は、はずれ値による平均値の影響を考慮することと、根拠となる階級の度数に着目して比較し説明することが身に付いて

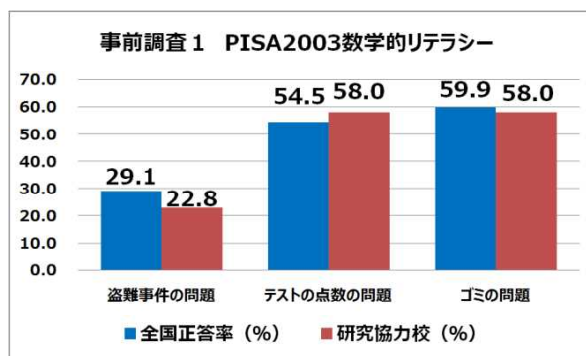


図8 事前調査 PISA2003数学的リテラシー

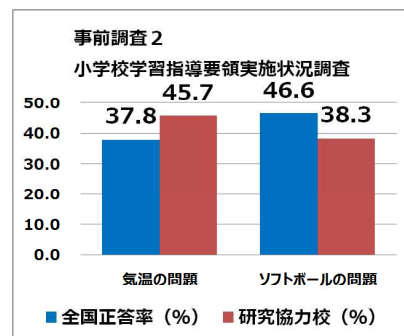


図9 事前調査 小学校学習指導要領実施状況調査

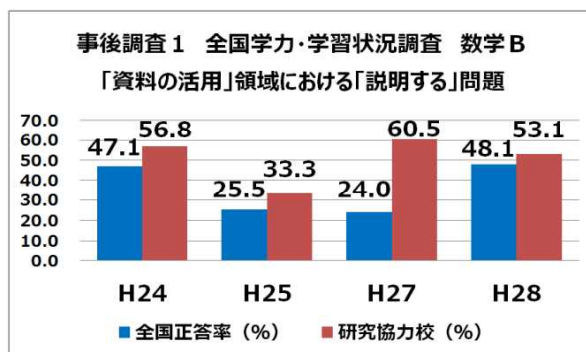


図10 事後調査 全国学力・学習状況調査数学B 「資料の活用」領域における「説明する」問題 ※H26は出題されていない

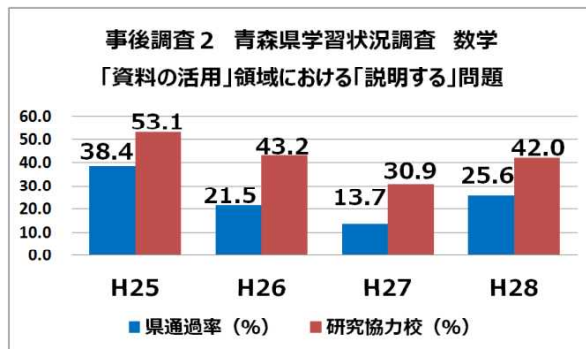


図11 事後調査 青森県学習状況調査中学校数学 「資料の活用」領域における「説明する」問題

いるためであることが明らかである。

同じく事後調査として、平成25年度から平成28年度までの青森県学習状況調査で出題された「資料の活用」の「説明する問題」を実施した(図11)。平成25年度の問題は県通過率38.4%，研究協力校53.1%，平成26年度の問題は県通過率21.5%，研究協力校43.2%，平成27年度の問題は県通過率13.7%，研究協力校30.9%，平成28年度の問題は県通過率25.6%，研究協力校42.0%と、全ての年度において研究協力校が上回った。詳細は省略するが、全国学力・学習状況調査、青森県学習状況調査において、知識・技能を問う問題についても事後調査を実施したが、これらの正答率・通過率についても全ての年度で研究協力校が上回った。

以上のことから、PPDACサイクルを取り入れて単元の指導を実践した結果、資料の傾向をとらえ説明する力が向上したことが示唆された。

(2) ワークシートの考察

各次別に生徒のワークシートから、個人として資料の傾向をとらえ説明できた人数を考察した。同時に、AnalysisからConclusionのプロセスにおいては、個人の結論を班で批判的に考察する場面を設定しており、これによる説明の変容について、次の三点が分かった。

一点目は、個人では適切ではない結論を出していたが、班の話合いによって資料の整理方法や用いた代表値を修正し、結論に対して適切な説明になったことである。図12は、第6次の東北町の人口の題材についての生徒Aの記述である。生徒Aは当初、「人口は少ない。東北町の人口は17,969人で、グラフを見ると、平均値よりも下だから。」と説明していたが、班からの指摘を受け、結論自体が「多い方」へと変わり、その根拠も「40市町村の中で13位」であること、「平均は大幅に下回っているが、中央値が約5,000上回っている」ことへと変容している。

二点目は、根拠が明確でなかった説明から、根拠が明確な説明へと変容したことである。例えば、図13の生徒Bは当初、「国語は平均値と中央値よりもA君の点数が高い」「数学は70点より大きい値に分布が集中している」というように、国語は代表値を、数学は分布の様子を根拠に用いて比較していた。これを「基にする資料、値はそろえた方がよい。」という班の指摘を受け、国語も数学も中央値で比較するように変容している。

三点目は、数学的な表現力が向上していることである。図14の生徒Cは当初、「先生方の方が多い」という抽象的な表現を用いて説明していた。しかし、班の指摘を受け、「相対度数はB組は0.38、先生方は0.44で、先生方の方が0.06多い」という表現へと変容している。

図15は、第1次から第6次までの、資料の傾向をとらえ説明できた生徒の人数である。題材にもよるので単純な比較はできないが、後半になるにつれて資料の傾向をとらえ説明できた人数が増加している。ただ、第5次の「靴の仕入れ数」では

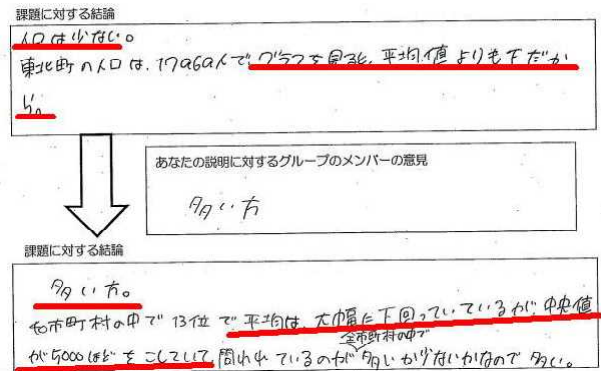


図12 第6次の生徒Aのワークシート（下線筆者）

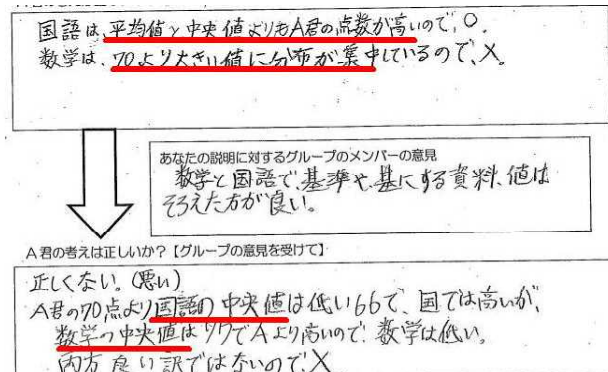


図13 第4次の生徒Bのワークシート（下線筆者）

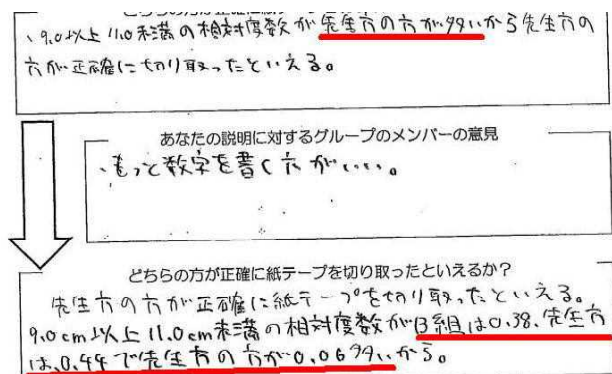


図14 第3次の生徒Cのワークシート（下線筆者）

説明できた人数が減少している。主な理由としては、先にも述べたように、靴の仕入れ数を求めるための手続きのみを記述していた生徒がいるためである。また、他者の指摘を受けて説明ができるようになった生徒は、単元全体で「説明できた人数」延べ 262人のうち83人、割合にして全体の 31.7%であった。このことは、他者の主張を批判的に考察することで、資料の傾向をとらえ説明する力の一助になることを示唆している。

(3) アンケート調査の考察

検証授業の事前・事後において、全国学力・学習状況調査の生徒質問紙を参考に、生徒に対して4段階評定法によるアンケート調査を実施した。図16はその質問項目の一部である。

表8は、この質問項目の回答について、検証授業の事前・事後における平均値の差について対応のある t 検定を行ったものである。その結果、「資料の活用の学習は好きだ」、「資料の活用の学習の内容はよくわかる」の質問については、1%水準で有意差が認められた。「資料の活用の学習は大切だ」の質問については、有意傾向があった。一方、「資料の活用の学習が今よりもっとできるようにになりたい」、「資料の活用の学習は将来、社会に出たときに役に立つ」については、事前の段階で既に平均値が高く、事前事後間における有意差は認められなかった。

また、各質問項目間において、相関分析を行ったところ、事前調査の結果は表9、事後調査の結果は表10のようになった。「資料の活用の学習が今よりもっとできるようにになりたい(4)」と「資料の活用の学習が好きだ(1)」の質問間では、事前では相関関係が認められなかったが、事後は相関関係が認められるようになった。「資料の活用の学習が今よりもっとできるようにになりたい(4)」と「資料の活用の学習の内容はよくわかる(3)」の質問間についても、事前では相関関係が認められなかったが、事後はやや相関関係が認められるようになった。このことから、資料の活用の学習

表9 「資料の活用」についての各質問間の相関分析（事前）

質問項目	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
「資料の活用」の学習は好きだ。	(1)				
「資料の活用」の学習は大切だ。	(2)	.28*			
「資料の活用」の学習の内容はよくわかる。	(3)	.47**	.24*		
「資料の活用」の学習が今よりもっとできるようにになりたい。	(4)	.14	.51**	.03	
「資料の活用」の学習は将来、社会に出たときに役に立つ。	(5)	.27*	.69**	.29**	.50**

注：N=81, ** $p<.01$, * $p<.05$

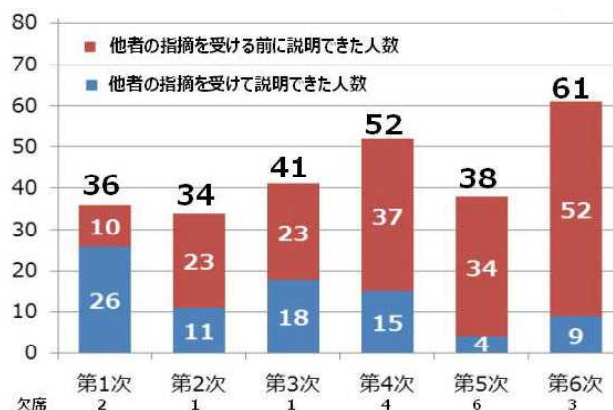


図15 ワークシートの記述から「資料の傾向をとらえ説明すること」ができた人数 (81人中)

- (1) 「資料の活用」の学習は好きだ。
 - (2) 「資料の活用」の学習は大切だ。
 - (3) 「資料の活用」の学習内容はよくわかる。
 - (4) 「資料の活用」の学習が今よりもっとできるようにになりたい。
 - (5) 「資料の活用」の学習は将来、社会に出たとき役に立つ。
- ※事前調査では、「資料の活用」学習前であることから、小学校算数科の単元名である「資料の調べ方」と表記して調査した。
 4 あてはまる 3 どちらかといえばあてはまる
 2 どちらかといえばあてはまらない 1 あてはまらない

図16 事前・事後アンケート

表8 「資料の活用」についての意識の変容

質問項目	事前事後	N	平均(SD)	t 値
「資料の活用」の学習は好きだ。	事前	81	2.68(.91)	6.71**
	事後	81	3.35(.78)	
「資料の活用」の学習は大切だ。	事前	81	3.59(.67)	1.83†
	事後	81	3.70(.56)	
「資料の活用」の学習の内容はよくわかる。	事前	81	2.62(.80)	9.23**
	事後	81	3.40(.72)	
「資料の活用」の学習が今よりもっとできるようにになりたい。	事前	81	3.72(.58)	n.s.
	事後	81	3.70(.62)	
「資料の活用」の学習は将来、社会に出たときに役に立つ。	事前	81	3.69(.56)	n.s.
	事後	81	3.72(.53)	

注：** $p<.01$, † $p<.1$, n.s.:有意差なし

表10 「資料の活用」についての各質問間の相関分析（事後）

質問項目	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
「資料の活用」の学習は好きだ。	(1)				
「資料の活用」の学習は大切だ。	(2)	.53**			
「資料の活用」の学習の内容はよくわかる。	(3)	.60**	.45**		
「資料の活用」の学習が今よりもっとできるようにになりたい。	(4)	.42**	.57**	.32**	
「資料の活用」の学習は将来、社会に出たときに役に立つ。	(5)	.42**	.64**	.36**	.50**

注：N=81, ** $p<.01$, * $p<.05$

内容について、好意的な意識をもち、学習内容についての理解を実感することにより、もっとできるようになりたいという意欲を高められるのではないかと考えられる。

V 研究のまとめ

本研究では、中学校数学科第1学年「資料の活用」領域において、目的に応じて適切に資料を整理したり代表値を用いたりしながら、根拠を明らかにし、数学的な表現を用いて説明する力を、資料の傾向をとらえ説明する力と考え、課題設定、課題解決の計画、資料の整理、分析、結論までの一連のサイクルで学習する、P P D A Cサイクルを取り入れて学習活動を行った。事前事後の各調査結果の比較から、P P D A Cサイクルを取り入れた学習活動を行うことで、資料の傾向をとらえ説明する力の向上につながるものと推察される。また、生徒のワークシートからは、他者の主張を批判的に考察することが、資料の傾向をとらえ説明する力の向上の一助となることが示唆された。アンケート調査結果からは、「資料の活用」領域の学習に対するイメージの向上や理解の実感についても上昇したことが示された。

VI 研究の課題

- ・資料の傾向をとらえ説明する力の育成にP P D A Cサイクルの一つ一つのプロセスがどのように関連しているのかという細部については、今後追究したい点である。
- ・本研究では、実際の日常や社会から得たデータを扱うことを重視した。しかし、そのようなデータにも、ある機関や組織等がすでに収集した現実のデータと、生徒自身が調査の仕方の段階から考案して実際に収集するデータがある。本研究では、第5次と第6次は前者、第4次は架空データを扱った。第1次から第3次は後者のような実際に収集したデータではあるものの、生徒が調査の仕方を考案したわけではない。調査の対象や方法等を考慮しながらデータを収集し、そのデータを分析する経験をさせることで、さらなる課題の明確化や意欲向上が期待され、資料の傾向をとらえ説明する力の向上につながる可能性がある。
- ・P P D A Cサイクルでは、Conclusionで得た新たな Problemから再びサイクルを回すこともある。本研究では、第1次から第3次はそのような単元構成にしたものの、第4次から第6次は、Conclusionから再び Problemに戻るサイクルは扱っていない。生徒からの自発的な問いによる課題を追究することで、一層の成果が得られることが見込まれるが、そのためには柔軟な単元計画が必要である。
- ・他者の説明を批判的に考察する場面を設定したが、それにより、日常や社会の一般的な情報をも批判的な見方をする力が育成されているかどうかを検証することも、「資料の活用」領域を扱う上で考察したい視点である。

<引用文献・URL >

- 1 文部科学省 2008 『中学校学習指導要領解説 数学編（平成20年9月）』, p.49, p.22, p.78
- 2 中央教育審議会 2015 「論点整理」, p.37
http://www.mext.go.jp/component/b_menu/shingi/toushin/_icsFiles/afieldfile/2015/12/11/1361110.pdf(2018.1.16)
- 3 中央教育審議会 2016 「幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）」, p.143
http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/toushin/_icsFiles/afieldfile/2017/01/10/1380902_0.pdf(2018.1.16)
- 4 文部科学省・国立教育政策研究所 2013 OECD生徒の学習到達度調査～2012年調査国際結果の要約～, p.12
- 5 文部科学省 2015 『平成27年度全国学力・学習状況調査 報告書 【中学校】 数学』, p.129
- 6 椋元新一郎 2013 『中学校数学科統計指導を極める』, p.10 明治図書
- 7 文部科学省 2013 『平成25年度全国学力・学習状況調査 報告書 【中学校】 数学』, p.120

<参考文献・URL >

- 1 文部科学省 2017 『中学校学習指導要領（平成29年3月告示）』
- 2 文部科学省 2017 『中学校学習指導要領解説 数学編（平成29年7月）』

- 3 文部科学省 2012～2013, 2015～2016 『全国学力・学習状況調査 報告書 【中学校】 数学』
- 4 青森県教育委員会 2013～2016 『学習状況調査実施報告書』
- 5 渡辺美智子 椿広計 2012 『問題解決学としての統計学 すべての人に統計リテラシーを』
日科技連
- 6 新井仁 2009 『中学校数学科 新領域「資料の活用」の授業プラン』 明治図書
- 7 松元新一郎 2009 『中学校新数学科「数学的な表現力」を育成する授業モデル』 明治図書
- 8 デジタルヒューマンセンター 人体寸法データベース1997-1998
<https://www.dh.aist.go.jp/database/index.php.ja> (2016. 12. 28)
- 9 総務省政策統括官 2016 『生徒のための統計活用～基礎編～』
- 10 総務省e-stat 2015 「平成27年国勢調査」
[https://www.e-stat.go.jp/SG1/estat/GL02020101.do?method=extendTclass&refTarget=toukeihyo
&listFormat=hierarchy&statCode=00200521&tstatCode=000001080615&tclass1=000001089055&tclass2=000001089057&tclass3=000001089059&tclass4=&tclass5=](https://www.e-stat.go.jp/SG1/estat/GL02020101.do?method=extendTclass&refTarget=toukeihyo&listFormat=hierarchy&statCode=00200521&tstatCode=000001080615&tclass1=000001089055&tclass2=000001089057&tclass3=000001089059&tclass4=&tclass5=) (2016. 12. 28)
- 11 OECD生徒の学習到達度調査 2003 『PISA2003数学的リテラシー』
- 12 文部科学省 2014 「小学校学習指導要領実施状況調査 算数」
https://www.nier.go.jp/kaihatsu/shido_h24/index.htm (2016. 12. 28)